

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1.  $\sin \frac{7}{6}\pi$ 의 값은? [2점]

- ①  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$     ②  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$     ③  $-\frac{1}{2}$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2.  ${}_6C_3$ 의 값은? [2점]

- ① 12    ② 14    ③ 16    ④ 18    ⑤ 20

3. 함수  $f(x) = e^{x^2-1}$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

4.  $\int_1^{e^2} \frac{(\ln x)^3}{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $2\ln 2$     ② 2    ③  $4\ln 2$     ④ 4    ⑤  $6\ln 2$

5. 좌표평면에서 곡선  $y = a^x$  을 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이동한 곡선이 점  $(2, 3)$  을 지날 때, 양수  $a$  의 값은? [3점]

- ①  $\sqrt{3}$                       ②  $\log_2 3$                       ③  $\sqrt[3]{3}$   
 ④  $\sqrt[3]{2}$                       ⑤  $\log_3 2$

7. 좌표평면에서 자연수  $n$  에 대하여 두 곡선  $y = \log_2 x$ ,  
 $y = \log_2 (2^n - x)$  가 만나는 점의  $x$  좌표를  $a_n$  이라 할 때,

$\sum_{n=1}^5 a_n$  의 값은? [3점]

- ① 31                      ② 32                      ③ 33                      ④ 34                      ⑤ 35

6. 함수  $y = a \sin \frac{\pi}{2b} x$  의 최댓값은 2 이고 주기는 2 이다. 두 양수  
 $a, b$  의 합  $a+b$  의 값은? [3점]

- ① 2                      ②  $\frac{17}{8}$                       ③  $\frac{9}{4}$                       ④  $\frac{19}{8}$                       ⑤  $\frac{5}{2}$

8. 곡선  $y = (\ln x)^2 - x + 1$ 의 변곡점에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ①  $\frac{1}{e}-1$     ②  $\frac{2}{e}-1$     ③  $\frac{1}{e}$     ④  $\frac{2}{e}+1$     ⑤  $\frac{5}{2}$

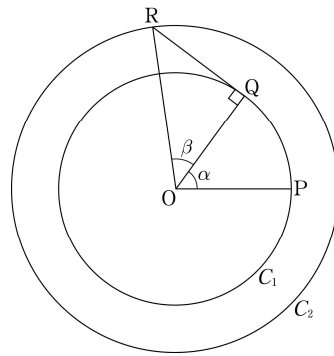
9. 곡선  $y = \sin^2 x \cos x$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ )와  $x$ 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④ 1    ⑤ 2

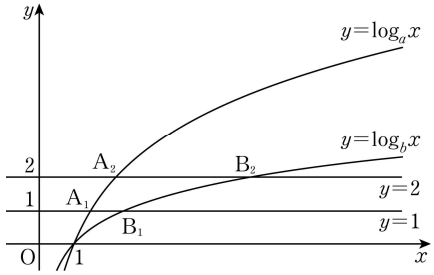
10. 점  $O$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 1,  $\sqrt{2}$ 인 두 원  $C_1, C_2$ 가 있다. 원  $C_1$  위의 두 점  $P, Q$ 와 원  $C_2$  위의 점  $R$ 에 대하여  $\angle QOP = \alpha$ ,  $\angle ROQ = \beta$ 라 하자.  $\overline{OQ} \perp \overline{QR}$ 이고  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ 일 때,  $\cos(\alpha + \beta)$ 의 값은?

(단,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ) [3점]

- ①  $-\frac{\sqrt{6}}{10}$     ②  $-\frac{\sqrt{5}}{10}$     ③  $-\frac{1}{5}$   
 ④  $-\frac{\sqrt{3}}{10}$     ⑤  $-\frac{\sqrt{2}}{10}$



11. 그림과 같이 두 곡선  $y = \log_a x$ ,  $y = \log_b x$  ( $1 < a < b$ )와 직선  $y = 1$ 이 만나는 점을  $A_1$ ,  $B_1$ 이라 하고, 직선  $y = 2$ 가 만나는 점을  $A_2$ ,  $B_2$ 라 하자. 선분  $A_1B_1$ 의 중점의 좌표는  $(2, 1)$ 이고  $\overline{A_1B_1} = 1$ 일 때,  $\overline{A_2B_2}$ 의 값은? [3점]



- ① 4      ②  $3\sqrt{2}$       ③ 5      ④  $4\sqrt{2}$       ⑤ 6

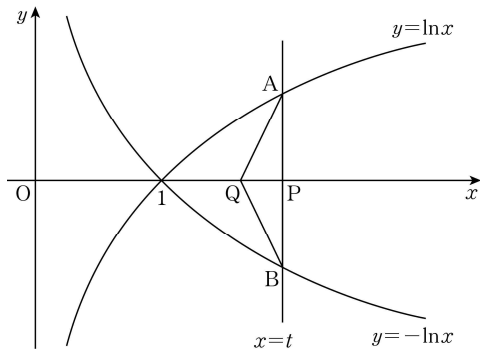
12.  $c < b < a < 10$ 인 자연수  $a, b, c$ 에 대하여 백의 자리의 수, 십의 자리의 수, 일의 자리의 수가 각각  $a, b, c$ 인 세 자리의 자연수 중 500보다 크고 700보다 작은 모든 자연수의 개수는? [3점]

- ① 12      ② 14      ③ 16      ④ 18      ⑤ 20

13 좌표평면 위의 한 점  $P(t, 0)$ 을 지나는 직선  $x=t$ 와 두 곡선  $y=\ln x$ ,  $y=-\ln x$ 가 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 AQB의 넓이가 1이 되도록 하는  $x$ 축 위의 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 길이를  $f(t)$ 라 하자.  $\lim_{t \rightarrow 1^+} (t-1)f(t)$ 의 값은?

(단, 점 Q의  $x$ 좌표는  $t$ 보다 작다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ② 1    ③  $\frac{3}{2}$     ④ 2    ⑤  $\frac{5}{2}$



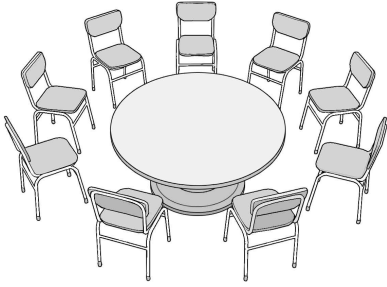
14 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+2)=f(x)$  이고,  $0 \leq x < 2$ 일 때

$f(x) = \frac{(x-a)^2}{x+1}$ 인 함수  $f(x)$ 가  $x=0$ 에서 극댓값을 갖는다.

구간  $[0, 2)$ 에서 극솟값을 갖도록 하는 모든 정수  $a$ 의 값의 곱은? [4점]

- ① -3    ② -2    ③ -1    ④ 1    ⑤ 2

15. 여학생 3명과 남학생 6명이 원탁에 같은 간격으로 둘러앉으려고 한다. 각각의 여학생 사이에는 1명 이상의 남학생이 앉고 각각의 여학생 사이에 앉은 남학생의 수는 모두 다르다. 9명의 학생이 모두 앉는 경우의 수가  $n \times 6!$  일 때, 자연수  $n$ 의 값은? (단, 회전하여 일치하는 것들은 같은 것으로 본다.) [4점]
- ① 10      ② 12      ③ 14      ④ 16      ⑤ 18



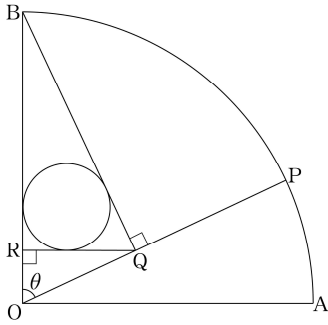
16. 연속함수  $f(x)$ 가

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = 12, \quad \int_0^1 xf(x) dx = \int_0^{-1} xf(x) dx$$

를 만족시킨다.  $\int_{-1}^x f(t) dt = F(x)$ 라 할 때,  $\int_{-1}^1 F(x) dx$ 의 값은? [4점]

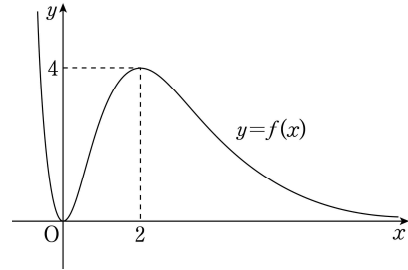
- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

17. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 점 B에서 선분 OP에 내린 수선의 발을 Q, 점 Q에서 선분 OB에 내린 수선의 발을 R라 하자.  $\angle BOP = \theta$ 일 때, 삼각형 RQB에 내접하는 원의 반지름의 길이를  $r(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]



- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

18. 그림은 함수  $f(x) = x^2 e^{-x+2}$ 의 그래프이다.



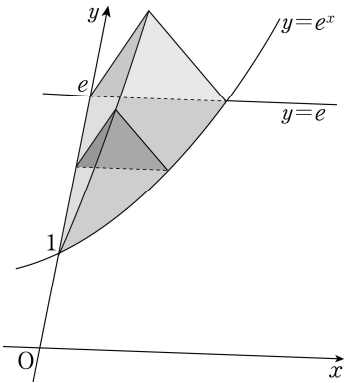
함수  $y = (f \circ f)(x)$ 의 그래프와 직선  $y = \frac{15}{e^2}$ 의 교점의 개수는?

(단,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ ) [4점]

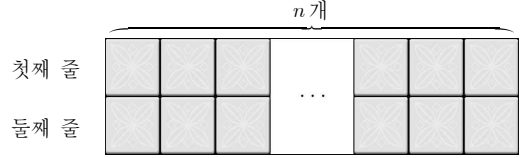
- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

19. 곡선  $y=e^x$  과  $y$  축 및 직선  $y=e$  로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을  $y$  축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [4점]

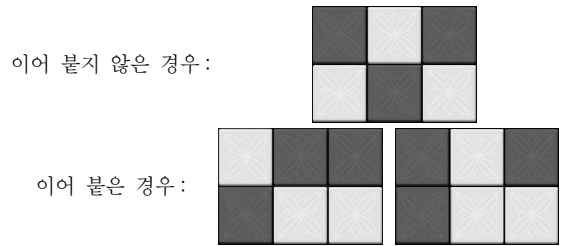
- ①  $\frac{\sqrt{3}(e+1)}{4}$       ②  $\frac{\sqrt{3}(e-1)}{2}$       ③  $\frac{\sqrt{3}(e-1)}{4}$
- ④  $\frac{\sqrt{3}(e-2)}{2}$       ⑤  $\frac{\sqrt{3}(e-2)}{4}$



20. 그림과 같이 가로로  $n$  개, 세로로 2 개씩 총  $2n$  개의 크기가 같은 정사각형 모양의 타일을 이어 붙인다.



이 타일 중에서 3 개를 골라 검은색으로 칠하되, 검은색으로 칠한 타일이 서로 이어 붙지 않게 하려고 한다. 다음은 검은색으로 칠한 타일이 이어 붙지 않은 경우와 이어 붙은 경우의 한 예이다.



다음은  $n \geq 6$  일 때, 검은색으로 칠할 타일 3 개를 고르는 경우의 수  $S(n)$  을 구하는 과정이다.

첫째 줄에 있는 타일 중 검은색으로 칠할 타일의 개수를  $k(k=0, 1, 2, 3)$  이라 하면

(i)  $k=0$  일 때 둘째 줄에 있는  $n$  개의 타일 중에서 검은색으로 칠할 타일 3 개를 고르는 경우의 수는  $\boxed{\text{가}}$  이다.

(ii)  $k=1$  일 때 둘째 줄에 있는  $n$  개의 타일 중에서 검은색으로 칠할 타일 2 개를 고르는 경우의 수는  ${}_3H_{n-3}$  이고, 첫째 줄에서 검은색으로 칠할 타일 1 개를 고르는 경우의 수는  $\boxed{\text{나}}$  이므로, 검은색으로 칠할 타일 3 개를 고르는 경우의 수는  ${}_3H_{n-3} \times \boxed{\text{나}}$  이다.

(iii)  $k=2$  일 때 (ii)와 같은 방법으로 구할 수 있다.

(iv)  $k=3$  일 때 (i)과 같은 방법으로 구할 수 있다.

따라서  $S(n) = \frac{2(n-2)(2n^2-8n+9)}{3}$  이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$  이라 할 때,  $f(10)+g(8)$  의 값은? [4점]

- ① 60      ② 61      ③ 62      ④ 63      ⑤ 64



21. 구간  $[0, 1]$ 에서 정의된 연속함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt \quad (0 \leq x \leq 1)$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $F(x) = f(x) - x$

(나)  $\int_0^1 F(x) dx = e - \frac{5}{2}$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ.  $F(1) = e$

ㄴ.  $\int_0^1 xF(x) dx = \frac{1}{6}$

ㄷ.  $\int_0^1 \{F(x)\}^2 dx = \frac{1}{2}e^2 - 2e + \frac{11}{6}$

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 부등식  $3^{x-4} \leq \frac{1}{9}$ 을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 값의 합을 구하시오. [3점]

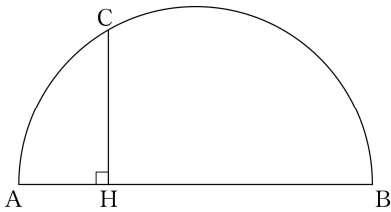
23. 함수  $f(\theta) = 1 - \frac{1}{1+2\sin\theta}$  일 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{10f(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 구간  $(-1, \infty)$ 에서 정의된 함수  $f(x) = xe^x + e$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $60g'(e)$ 의 값을 구하시오. [3점]

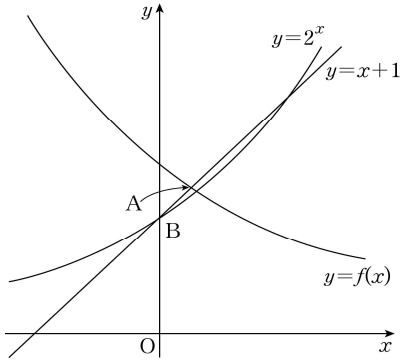
26. 다음 조건을 만족시키는 네 자연수  $a, b, c, d$ 로 이루어진 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $a+b+c+d=6$
- (나)  $a \times b \times c \times d$ 는 4의 배수이다.

25. 그림과 같이 길이가 12인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 반원 위에서 호 BC의 길이가  $4\pi$ 인 점 C를 잡고 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자.  $\overline{CH}^2$ 의 값을 구하시오. [3점]



27. 그림과 같이 곡선  $y=2^x$ 을  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 후,  $x$ 축의 방향으로  $\frac{1}{4}$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $\frac{1}{4}$ 만큼 평행이동한 곡선을  $y=f(x)$ 라 하자. 곡선  $y=f(x)$ 와 직선  $y=x+1$ 이 만나는 점 A와 점 B(0, 1) 사이의 거리를  $k$ 라 할 때,  $\frac{1}{k^2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

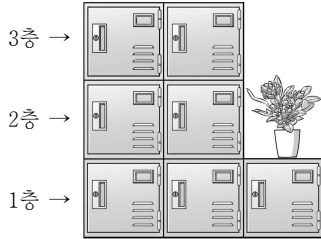


28. 연속함수  $f(x)$ 와 그 역함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

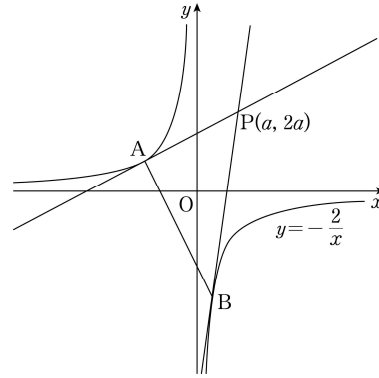
- (가)  $f(1)=1, f(3)=3, f(7)=7$
- (나)  $x \neq 3$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f''(x) < 0$ 이다.
- (다)  $\int_1^7 f(x)dx = 27, \int_1^3 g(x)dx = 3$

12  $\int_3^7 |f(x)-x| dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같은 7개의 사물함 중 5개의 사물함을 남학생 3명과 여학생 2명에게 각각 1개씩 배정하려고 한다. 같은 층에서는 남학생의 사물함과 여학생의 사물함이 서로 이웃하지 않는다. 사물함을 배정하는 모든 경우의 수를 구하시오. [4점]



30. 그림과 같이 제 1사분면에 있는 점  $P(a, 2a)$ 에서 곡선  $y = -\frac{2}{x}$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라 할 때,  $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{AB}^2$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]



※ 확인 사항  
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.