

제 2 교시

수학 영역(가형)

홀수형

5 지 선 다 형

1. 벡터 $\vec{a} = (3, -4)$ 에 대하여 $|\vec{a}|$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

2. $f(x) = e^{x^3+2x-3}$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

3. $12 \sin \frac{8\pi}{3} \times \cos \frac{23\pi}{6}$ 의 값은? [2점]

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

4. 공사건이 아닌 두 사건 A, B에 대하여 A의 여사건 A^c 과 B는 서로 배반이다.

$$P(A \cup B) = \frac{5}{6}, \quad P(B | A) = \frac{2}{5}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$
- ② $\frac{1}{6}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{12}$

5. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x}-1}{f(x)} = \frac{1}{2}$ 을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

6. $x > -1$ 에서 함수 $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1}$ 의 최댓값은? [3점]

- ① $\frac{1}{e-1}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ 1 ④ $e-1$ ⑤ e

7. 쌍곡선 $ax^2 - by^2 = 1$ 의 한 점근선의 방정식이 $y = \frac{2\sqrt{3}}{3}x$ 이다. 이 쌍곡선 위의 점 (1, 1)에서의 접선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{5}{24}$

8. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 일 때, $\frac{2\sin\theta+1}{1+\cos\theta} + \frac{2\sin\theta+1}{1-\cos\theta} = 16$ 을 만족시키는 θ 의 값은? [3점]

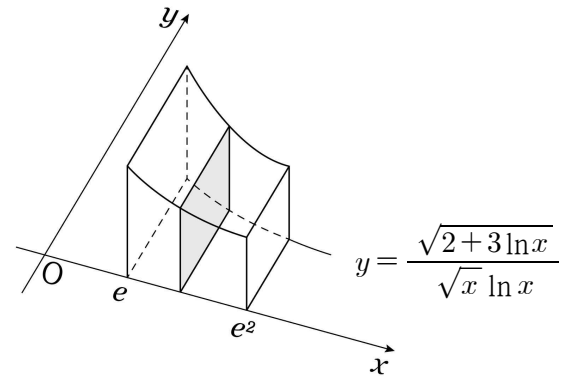
- ① $\frac{\pi}{12}$ ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{5\pi}{12}$

9. 주사위 한 개를 4번 던져서 나오는 눈의 수의 곱이 24가 되는 경우의 수는? [3점]

- ① 44 ② 48 ③ 52 ④ 56 ⑤ 60

10. 그림과 같이 곡선 $y = \frac{\sqrt{2+3\ln x}}{\sqrt{x \ln x}}$ 와 x 축 및 두 직선

$x=e$, $x=e^2$ 으로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $2\ln 2 - 1$ ② $3\ln 2 - 1$ ③ $\ln 2 + 1$
 ④ $2\ln 2 + 1$ ⑤ $3\ln 2 + 1$

11. 포물선 $y^2 = 4px$ ($p > 0$) 위의 점 $A(a, 4)$ 와 이 포물선의 초점 F 와 y 축 위의 점 $B(0, 4)$ 에 대하여 $\overline{AB} + \overline{AF}$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ 8 ⑤ $4\sqrt{5}$

12. 한 평면 위에 점 P 와 넓이가 3인 삼각형 ABC 가 있다.

$$3\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB} - 5\overrightarrow{PC} = \vec{0} \text{ 일 때, 삼각형 } ABP \text{의 넓이는?}$$

[3점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

13. 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출하여 구간 표본평균을 \overline{X}_n 이라 하자. $P(\overline{X}_9 \leq 70) = P(\overline{X}_{16} \geq 84)$ 일 때, m 의 값은? [3점]

- ① 76 ② 77 ③ 78 ④ 79 ⑤ 80

14. 다음 조건을 만족시키는 네 자연수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수는? [4점]

(가) $x + y + z + 3w = 12$

(나) x, y, z 중 적어도 하나는 1이 아니다.

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

15. 좌표공간에서 점 $A(0, b, c)$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r 인 구 S 와 xy 평면, zx 평면이 만나서 생기는 원의 넓이가 각각 $13\pi, 40\pi$ 이다. 벡터 \overrightarrow{OA} 에 수직이고 점 A 를 지나는 평면 α 와 xy 평면이 이루는 각의 크기 θ 에 대하여 $\cos\theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $b^2 + c^2 + r^2$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① 92 ② 94 ③ 96 ④ 98 ⑤ 100

16. 자연수 1, 2, 3, 4, 5가 각각 1 2 5 4 3 적혀 있는 5장의 카드를 그림과 같이 일렬로 배열할 때 짝수가 첫 번째 자리에 오지 않도록 한다. 이러한 모든 경우 중에서 임의로 한 경우를 선택할 때 두 번째로 배열된 홀수가 X번째 자리에 온다고 하면 그림에서 $X=3$ 이다. 다음은 확률변수 X의 평균 $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, 각 경우가 선택되는 확률은 동일하다.)

5장의 카드를 일렬로 나열할 때 짝수가 첫 번째 자리에 오도록 하는 모든 경우의 수를 N이라 하면 $N = 3 \times 4! = 72$ 이다. 확률변수 X가 가질 수 있는 값 중 가장 작은 값을 k라 하면 가장 큰 값은 $k+2$ 이다.

$$P(X = k) = \frac{1}{N} \times \boxed{\text{(가)}}$$

$$P(X = k+1) = \frac{1}{N} \times \boxed{\text{(나)}}$$

$$P(X = k+2) = \frac{1}{N} \times 3! \times 2! = \frac{12}{N}$$

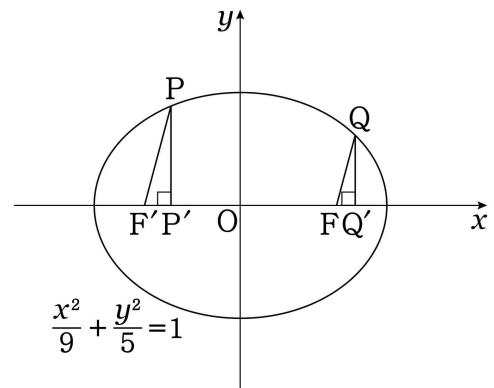
이므로 확률변수 X의 평균 $E(X)$ 는 다음과 같다.

$$E(X) = \sum_{i=k}^{k+2} \{i \times P(X = i)\} = \boxed{\text{(다)}}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c라 할 때, $ac + b$ 의 값은? [4점]

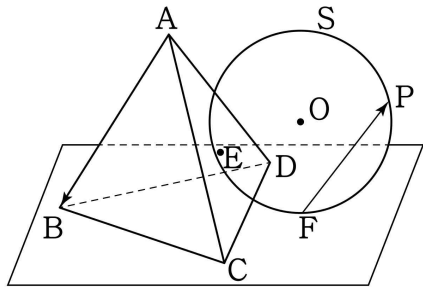
- ① 120 ② 123 ③ 126 ④ 129 ⑤ 132

17. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 의 두 초점 F, F'과 타원 위의 두 점 P, Q가 있다. 점 P는 제2사분면에, 점 Q는 제1사분면에 있고 두 직선 PF'과 QF는 평행하다. $PF' = 2$ 일 때, 두 점 P, Q에서 x축에 내린 수선의 발 P', Q' 사이의 거리는? (단, 점 F의 x좌표는 양수이다.) [4점]



- ① $\frac{51}{14}$ ② $\frac{26}{7}$ ③ $\frac{53}{14}$ ④ $\frac{27}{7}$ ⑤ $\frac{55}{14}$

18. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6인 정사면체 ABCD와 중심이 O인 구 S가 삼각형 ACD의 무게중심 E에서 접하고 있다. 구 S가 평면 BCD와 점 F에서 접할 때, 구 S 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{FP}$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M \times m$ 의 값은? [4점]



- ① -60 ② -64 ③ -68 ④ -72 ⑤ -76

19. 좌표공간에서 두 평면 $\alpha : 2x - 3y + z = 0$,
 $\beta : 2x + y + 3z = 0$ 의 교선을 l 이라 하자. 평면 α 위의 점 $A(1, 1, 1)$ 에서 직선 l 과 평면 β 에 내린 수선의 발을 각각 B, C라 할 때, 삼각형 ABC의 yz 평면 위로의 정사영의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 에 대하여

$$F(x) = f(\ln x), \quad G(x) = g(x)(e^{x-1} - 1)$$

이라 하자.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F'(x) \ln x}{F(x)} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{G(x)}{f(x)G'(x)} = \frac{1}{4}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

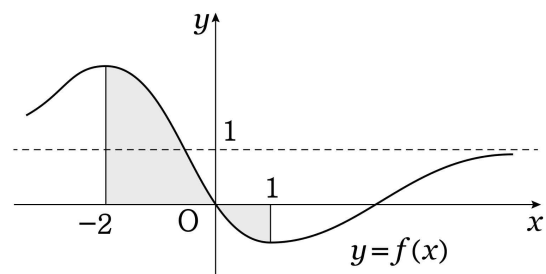
<보 기>

- ㄱ. $f''(0) = 0$
 ㄴ. $g''(1) = 0$
 ㄷ. $f(2) + g(2) = 8$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수 $f(x) = \frac{x^2 + ax}{x^2 + b}$ 는 $x = -2$ 와 $x = 1$ 에서 극값을 갖

고 그래프는 그림과 같다. 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x = -2$, $x = 1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 A라 하자. 점 $(t, f(t))$ 에서 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 직선이 점 $(0, g(t))$ 를 지날 때, 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 하자. A+B의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]



- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

단답형

22. $\frac{{}_8P_4}{{}_8C_4}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $y = 2^{x+2} - 16^x + 8$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

24. $1 \leq x \leq 4$ 에서 곡선 $y = \frac{1}{3}(x^2+2)\sqrt{x^2+2}$ 의 길이를 구하시오. [3점]

25. 10 이하의 자연수 중에서 임의로 한 개를 택할 때, 홀수가 선택되는 사건을 A, 자연수 n 의 약수가 선택되는 사건을 B라 하자. 두 사건 A, B가 서로 독립이 되도록 하는 10 이하의 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [3점]

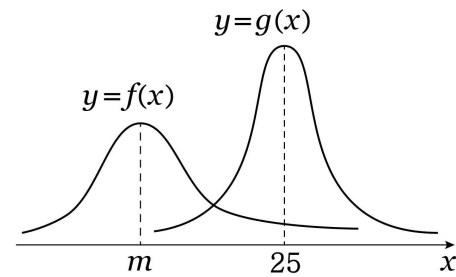
26. 정규분포 $N(m, 4^2)$ 을 따르는 확률변수 X 의 확률밀도함수를 $f(x)$ 라 하고, 정규분포 $N(25, \sigma^2)$ 을 따르는 확률변수 Y 의 확률밀도함수를 $g(x)$ 라 할 때, 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

$$P(X \geq 25) = P(Y \leq 23)$$

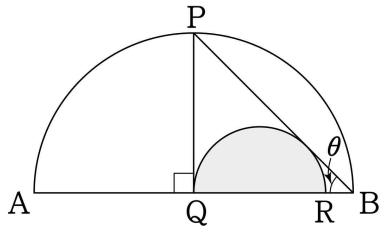
$$P(m \leq X \leq m+8) = P(m \leq Y \leq 25)$$

일 때, 두 상수 m, σ 에 대하여 $m + \sigma$ 의 값을 구하시오.

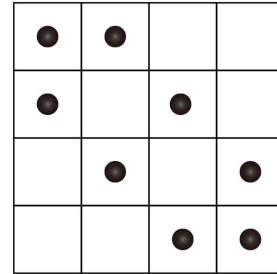
[4점]



27. 그림과 같이 $\overline{AB} = 2$ 인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위의 점 P가 $\angle PBA = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)를 만족시킬 때, 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q라 하자. 선분 QB 위의 점 R에 대하여 선분 QR를 지름으로 하고 직선 PB와 접하는 반원의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\pi(\pi - 2\theta)^4}{S(\theta)}$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. 그림과 같이 16개의 칸으로 이루어진 바둑판에서 8개의 칸을 택하여 한 칸에 한 개씩 8개의 검은 바둑돌을 놓을 때, 모든 가로줄과 모든 세로줄에 각각 바둑돌이 2개씩 놓이는 경우의 수를 구하시오. (단, 바둑돌끼리는 서로 구별하지 않고, 바둑판은 회전할 수 없다.) [4점]



29. 좌표공간에 구 $S : x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$ 와 점 $A(2, -1, 1)$ 이 있다. 구 S 의 중심을 B 라 하고 점 A 에서 구 S 에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BQ}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M - m = \frac{q}{p}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $f'(x) < 0$ 인 함수 $f(x)$ 와 그 역함수 $g(x)$ 가 구간 $[-6, 6]$ 에서 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 실근은 $-6, 0, 6$ 뿐이다.

$$(나) \int_{-6}^x \{f(t) - g(t)\} dt = a + b \cos \frac{\pi}{6} x$$

$$\int_{-6}^6 |f(x)| dx = 52, \int_0^6 |g(x) + x| dx = 12$$

$\int_0^6 |f(x) + x| dx = c$ 일 때, 세 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값을 구하시오. [4점]

1. ⑤	2. ①	3. ⑤	4. ④	5. ④
6. ②	7. ①	8. ②	9. ③	10. ⑤
11. ②	12. ④	13. ③	14. ④	15. ②
16. ①	17. ④	18. ④	19. ②	20. ②
21. ②	22. 24	23. 11	24. 24	25. 18
26. 23	27. 20	28. 32	29. 49	30. 256