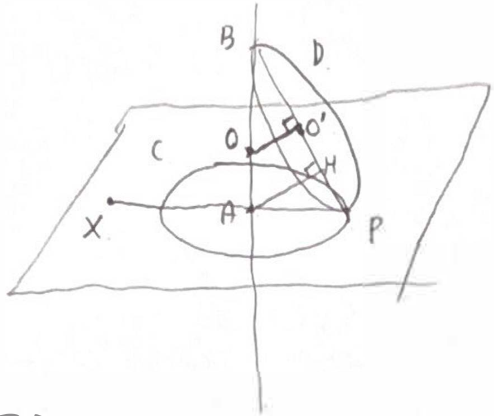
29 $|\vec{XQ}|$의 최대.



($\overline{AH}$를 굳이 준 이유는 법선벡터 쓰라는 힌트이다.)

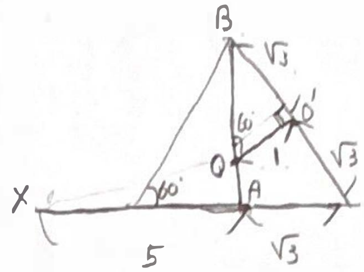
X는 평면 α의 A를 중심으로 하고 반지름이 5인 원위의 아무데나 찍을수 있다. (동점의 정점화)

* 자 여기서부터 중요하다.

원 D도 평면이므로 "제발" 법선벡터를 생각하자. 그렇다면 원 D를 회전시키면 원 D의 법선 벡터도 회전한다. 따라서 이문제는 "벡터 회전" 문제로 바뀐다

$|\vec{XQ}|$의 최댓값을 구하므로 이대로 끌고갈순 없고 "벡터 쪼개기"를 사용해야 한다

Q가 원 D위에 있으므로 $|\vec{XQ}|$가 목적임을 고려하면 원 D의 법선 벡터는 원 D의 중심 O'을 지나게 하는 것이 합리적이다 (이런걸 떠나 원중심, 구중심은 항상 표시 대상 아닌가?) 따라서 원 D가 회전하면 그의 법선 벡터 $\vec{OO'}$도 회전한다



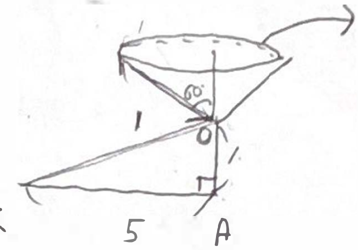
원 D의 반지름은 $\sqrt{3}$이다

$\angle BOO'$은 $60°$이다

$|\vec{OO'}|=1$ 이다

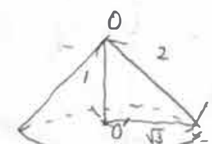
$|\vec{OX}|=\sqrt{26}$ 이다

$\vec{OO'}$은 $\overline{AB}$를 축으로 회전한다



$$|\vec{XQ}|^2 = |\vec{XO}+\vec{OQ}|^2 = |\vec{XO}|^2+|\vec{OQ}|^2+2\vec{XO}\cdot\vec{OQ}$$

$$= \underbrace{|\vec{XO}|^2}_{26} + \underbrace{|\vec{OQ}|^2}_{4} - 2\underbrace{\vec{OX}\cdot\vec{OQ}}_{\text{최솟값 구하면 됨}}$$

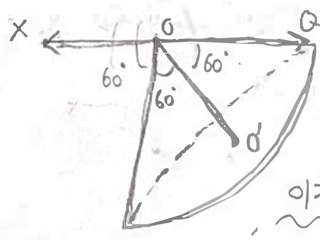


원 D (Q가 위에있음) ⊥

문제가 바뀐다

$\vec{OX}\cdot\vec{OQ}$의 최솟값은?

$\vec{OO'}$ 자취가 원뿔 형태이고 $\vec{OQ}$ 자취도 원뿔이므로 $(\vec{OO'}+\vec{O'Q})$로 바꾸면 더 복잡해진다 (*원뿔은 그대로 두자. O'을 거쳐 막 쪼개지 말고.)

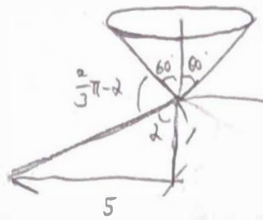


가능할까?

(* 여기서 각도 확인이 중요하다)

이게 가능하려면 $\angle XOO'$이 $120°$가 가능해야한다. ⇒ 이게 뜬금없다면 각도 관계가 중시되는 18학년도 9평 29번을 다시 보자

29



→ 이부분 잘못그리면 100% 왼쪽선 민것처럼 착각한다. 그림 제대로 그리자

$\angle XOO'$ 최소값 : $\frac{2}{3}\pi - \alpha$

$\angle XOO'$ 최댓값 : $\frac{4}{3}\pi - \alpha$

이므로 $\angle XOO'$이 120° 가능하다.

따라서 $\overrightarrow{OX}\cdot\overrightarrow{OQ}$의 최솟값은 $-2\sqrt{26}$

$|\overrightarrow{XQ}|^2$의 최댓값은 $30+4\sqrt{26}$이 된다

$$|\overrightarrow{XQ}| = \sqrt{30+4\sqrt{26}} = \underbrace{\sqrt{(\sqrt{4}+\sqrt{26})^2}}_{} = 2+\sqrt{26}$$

$\sqrt{\ }$ 안의 $\sqrt{\ }$ 가 조금은 마음에 안든다

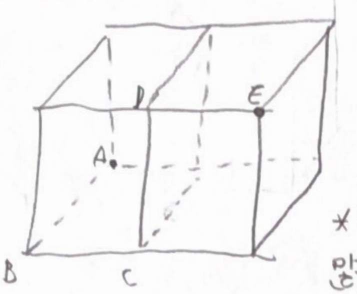
$m=2 \quad n=26 \qquad 2+26=28$

$\therefore 28$

20.

(ㄱ.) $|\overrightarrow{AE}|$의 최댓값을 구하므로 E는 A와 최대한 멀어져야 한다.

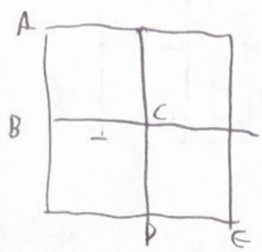
1번 후보.



$|\overrightarrow{AE}| = \sqrt{5}$

* 수직, 평행 관계가 많을 때 직육면체를 쓴다. 삼수선을 쓰지 않아도 수직 관계가 쉽게 보이도록 하기 위해서이다.

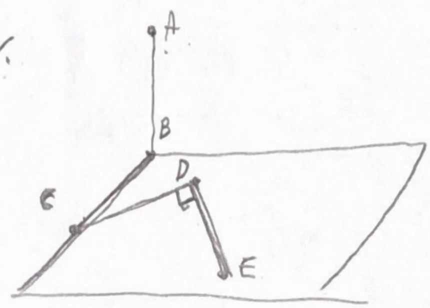
2번 후보



$|\overrightarrow{AE}| = 2\sqrt{2}$

$|\overrightarrow{AE}|$ 최댓값 $= 2\sqrt{2}$

ㄴ.

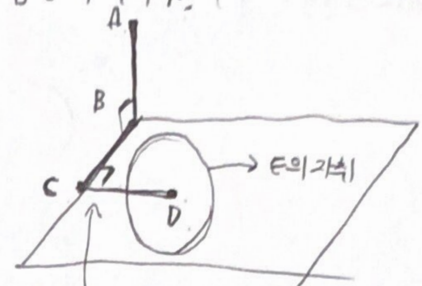


$\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 이므로 $\overline{AB}$는 $\overline{BC}$, $\overline{DE}$를 포함하는 평면의 법선벡터이다

따라서 B, C, D, E 모두 한 평면 위에 있다.

D를 아무데나 표시해보라. $\overline{CD} \perp \overline{DE}$를 D의 위치에 관계에 상관없이 만족시킬수 있다 따라서 $\overline{BC} \perp \overline{CD}$ 가 반드시 성립해야 하는건 아니다. * 조건과 가정을 헷갈리지 말자

ㄷ. $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이므로 $\overline{AB}$는 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$를 포함하는 평면의 법선 벡터이다.



$\overline{BC} \perp \overline{CD}$ 이므로 이렇게 그릴 수 있다

$\overline{CD} \perp \overline{DE}$ 이므로 E의 자취는 $\overline{CD}$를 법선벡터로 하고 D를 포함하는 평면 위에 있다. $\overline{DE}$는 1이므로 E의 자취는 원이 그려진다.

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}) =$$

$$\underbrace{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}}_{2} + \underbrace{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DE}}_{\text{최대}}$$

△ABC 역시 $\overline{CD}$가 법선 벡터이므로 E의 자취인 $\overline{CD}$가 법선벡터인 원과 평행하다. 따라서 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DE}$의 최댓값은 $\sqrt{2} \times 1 \times \cos 0 = \sqrt{2}$ 이다. (* E의 위치를 표시하려는 습관을 버려라 아니면 29번 머리 아파서 못 푼다.)

$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE}$ 최댓값은 $2+\sqrt{2}$ 이다

답: ㄱ