수 II

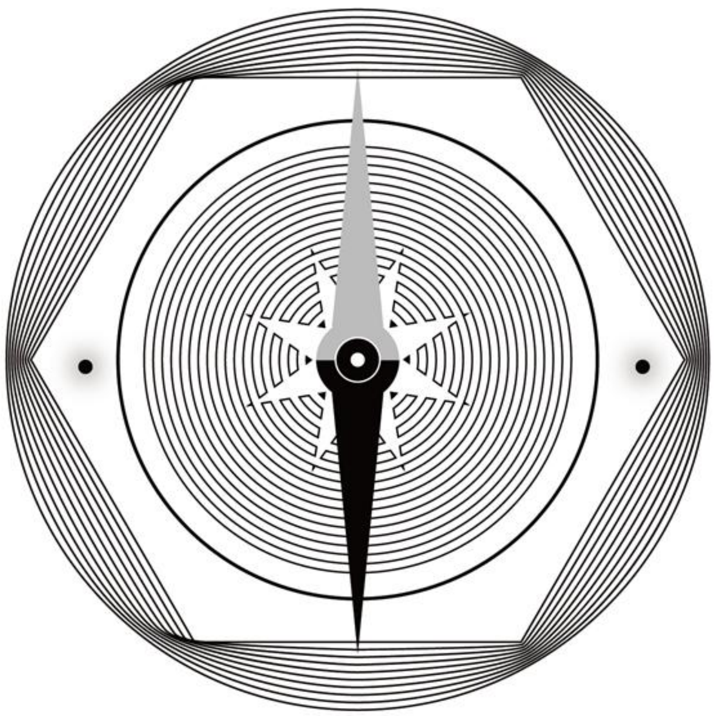
수능한권

프리즘 해설서

김지석

2024

수능한권



수학 II

문제책

KIMJISUK

- 서울대학교 수학교육과 졸업 (영문학 부전공)
- 초등학교 수학 30점을 넘어본 적이 없는 수포자
- 꾸준한 성적 향상으로 서울대 수학교육과 졸업, EBS-i 강사

- 현) EBS-i 강사
- 현) 오르비 강사
- 전) 공신닷컴(gongsin.com) 대표멘토
- 전) 미국 Lehi High School 교사인턴

『대박타점 공부법』 저자

- MBC 〈오늘의 아침〉 출연
- 여성중앙 〈공신 멘토링〉 멘토
- 동아일보 〈신나는 공부〉 코너 인터뷰
- 조인스TV 〈열려라 공부〉 출연
- 메가TV 〈수능공부법〉 수리영역 공부법 강의
- 한겨레 신문 보도
- 중앙일보 〈공부 개조 프로젝트〉 자문 멘토
- tvN 〈80일만에 서울대 가기〉 출연
- KBS 〈세상의 아침〉 출연
- KBS 〈생방송 오늘〉 출연
- 신동아 〈'1등 코드'를 찾아서〉 출연
- MBC 〈경제 매거진〉 출연
- KBS 〈취재파일4321〉 출연
- MBC 〈베란다쇼〉 출연

수능의 Major Trend와 Minor Trend를 알면
올해 수능이 보입니다.

기출문제 1만 문제 중
수능 1822문제를 선별하여
Big-Data Analysis

수능을 한 권에 담았습니다.
수능한권

수능한권 수학 II Contents

수능을 한 권에 담다.
Big Data Report와 Analysis, 대표문제분석, Prism 해설지, 수능수학 모든 문항을 한 권에

수능한권은 대표문제분석이 있는 파트와 워크북 파트가 있어요.
워크북에는 수능 수학 II 기출문제 중 현 15개정 시험범위에 맞춘 모든 수능문제가 있답니다.
수능을 정복하는 나만의 맞춤전략을 세워보세요.

수능한권 수학 II Preview

수능한권 Big Data Analysis

수능한권 대표문항분석

수능한권 수학 II WorkBook 1. 함수의 극한

수능한권 수학 II WorkBook 2. 미분법

수능한권 수학 II WorkBook 3. 적분법

수능한권 200%활용하기

수능한권은 기존에 보던 문제집에서 볼 수 없는 독특한 매력과 장점을 지니고 있어요.
그렇기 때문에 학습자 여러분이 낯설지 않도록 수능한권을 200% 활용할 수 있는 공부법과 수능한권을 소개해 드려요. 수능한권 200% 활용 공부법으로 보다 똑똑하게 좋은 성적을 낼 수 있는 밑거름으로 수능한권을 활용해 보세요. 수능기출에서 얻을 수 있는 모든 것을 얻어가는 것은 물론 수능한권만의 수능분석을 경험하고 올해 평가원 모의고사를 거쳐서 자신만의 수능약점을 분석한다면 수능에 최적화된 여러분을 만나실 수 있을 거예요.

■ 기출문제에 대한 이해

수능은 과거에도 그렇고 올해 수능도
① 기존 출제되어왔던 포인트 + ② 미출제 포인트 + ③ 출제된 적은 있지만 한동안 출제되지 않았던 포인트
이렇게 3가지 요소를 섞어서 출제가 될 거예요. 그렇기 때문에 기출문제도 중요하고 나의 실력역시 업그레이드를 꾸준하게 하는 것이 매우 중요하죠. 하지만 수능이 시작되고 30년이나 흐른 지금 각종 교육청, 평가원 모의고사를 합하면 기출문제가 1만여 문제를 훨씬 뛰어 넘는다는 걸 알고 계시나요? 1년을 기출문제에만 올인 해도 다 풀지 못하고 수능장으로 가는 것이 15개정 수능, 올해 수능이 되었어요.

■ 3세대 수능분석 '수능한권'

수능이 시작한지 얼마 되지 않았을 때, 기출문제가 별로 없어서 그냥 기출문제라면 무조건 풀어도 되는 시대가 있었어요. 우리는 그것을 1세대 기출분석이라고 불러요. 기출문제를 풀고 정답을 맞히면서 학습하는 과정이죠. 이 시기에는 학습의 방향성이 없이 기출분석을 해도 되는 시기였어요.

하지만 수능이 점차 해를 거듭할수록 기출문제가 많아지자 유형별로 기출문제를 학습하는 시대가 왔어요. 유형별로 학습하는 과정과 기출문제를 푸는 과정을 동시에 하죠. 하지만 유형별로 기출문제를 학습해온 시기가 벌써 20여년이나 지난 오래된 공부법으로 공부하면서 수능의 큰 흐름과 작은 흐름을 놓치는 것도 모자라 볼륨이 너무 크기 때문에 막상 '나'를 위한 공부를 할 시간도 부족해졌어요.

그래서 우리는 2세대 기출분석을 넘어 3세대 기출분석이 필요해졌어요. 기출문제 1만여 문제 중 수능기출문제 1822문제 중 현재 수능범위에 맞는 문제들 그리고 Data-Analysis를 통해 분류된 수능의 Major Trend와 Minor Trend를 공부하면서 함께 체득해 나가기 위해서예요.

기출문제도 풀어야하고, N제도 풀어야하고, 모의고사도 풀어야 하는 수험생은 한 권의 기출문제를 하더라도 똑똑하고 빠르게 유형별로 학습해야 해요. 수능의 큰 흐름과 그 안에 있는 작은 흐름도 놓치지 않고 수능 기출문제로 전체 뼈대를 잡아보세요. 수능한권은 수능의 100%를 담았기 때문에 총체적인 것들을 모두 흡수하며 학습하는 과정이 바로 3세대 수능분석 '수능한권'이 도와줄 거예요.

■ 수능의 Major Trend와 Minor Trend

수능한권은 단원별 Major Trend와 단원 안에 있는 경향별로 Minor Trend가 있어요.
하나의 단원을 공부하더라도 그 단원의 흐름을 먼저 알고 세부적으로 그 단원에 출제된 수능기출문제를 경향별로 나누었어요. 각 경향별로 수능에서 어떻게 출제 되었는지 올해 수능에서 이 경향이 나올지에 대한 Data-Analysis를 같이 넣었고, 김지석t가 경향별로 중요한 코멘트를 달았답니다. 단원 전체의 Major Trend와 경향별로 Minor Trend를 문제를 풀기 전에 읽는다면 향후 학습방향과 내가 취약한 경향이 어떤 것인지 정확하게 파악될 거예요.

■ 수능 기출문제의 모든 것 '수능한권 Work Book'

수능기출문제 1822문제 중 과목별로 올해 수능범위에 해당하는 모든 기출문제를 Work Book에 실었어요. 수능한권 워크북을 통해 수능기출문제를 우선적으로 풀어본다면 수능 기출문제에 대한 걱정이 없어요. 한 문제도 빠뜨리지 않고 범위에 맞는 모든 기출문제를 넣어놨기 때문이에요. 경향별 대표문제로 Minor Trend를 학습하고 워크북으로 완성해보아요.

■ 수능한권 '대표문제분석'

수능한권은 대표문제분석이 있어요. Data-Analysis 다음 나오는 대표문제분석은 그 경향에서 얻을 수 있는 스킬들을 누적적으로 활용할 수 있게 구성하였답니다. 난이도가 쉬운 순에서 어려운 순으로 앞에서 풀었던 내용을 누적해서 활용할 수 있게 구성하였으니 대표문제에 실린 순서대로 따라 풀면서 경향의 흐름을 체험해 보세요.

■ 수능한권 '프리즘 해설지'

수능한권의 또 다른 장점 프리즘 해설지는 '문제를 해결하는 순서와 방향성'에 초점을 맞추었고 문제를 분석할 수 있는 '문제 분석력'과 문제를 해결하는 힘인 '문제 해결력'을 한꺼번에 기를 수 있게 고안되었어요.
해설을 봐도 봐도 이해가 안 되었을 때가 있나요? 걱정하지마세요. 해설을 이해하고자 하는 노력이 필요 없는 '한눈에 흡수되는 해설'이 무엇인지 수능한권에서 만나보세요.

■ 5회독 복습법

문제마다 5회독 복습표를 붙여놨어요. 나의 약점을 '워크북'에 체크해 둔 뒤 체크한 문제만 골라서 복습해보세요.
수능한권을 완성하는 것은 6일정도 걸리지만 수능한권을 체화하는 것은 꾸준한 나의 약점 복습을 얼마나 하느냐에 따라 달렸어요. 푸는 방법이 익숙하지 않은 것들은 맞았더라도 △로 표시하고 확실하게 내 것이 될 때까지 복습해 보세요! 복습하는 데 시간이 오래 걸릴 것 같지만 5회독 복습표가 있으니 나의 약점만 골라서 복습하니까 시간이 오래 걸리지도 않아요.

수능한권 5회독 하는 법

수능한권에는 전 문항에 '5회독 복습표'가 달려있어요.
5회독 복습표를 효과적으로 활용하기 위해 가이드를 제공해드려요. 가이드대로 수능한권 5회독에 도전해보세요.
나의 약점이 극복되는 것은 물론 수능수학의 뼈대를 보다 확실하게 세울 수 있을 거예요!

■ STEP1 '대표문항 분석 먼저 풀어보기'

오늘 공부하기로 한 분량에 수능한권 대표문항을 먼저 풀어보세요.
문제가 만약 막힌다면 시간을 너무 오래 끌지 마세요.
고민하는 시간을 충분히 주고 문제를 푸는 것은 내가 충분히 문제를 많이 풀었을 때 해도 늦지 않아요.
고민하는 시간을 최대 5분 이내로 잡고 (추천 2분) 프리즘 해설지를 보거나 강의를 수강하도록 해요!

■ STEP2 대표문항 강의듣기 or 프리즘 해설지로 스스로 공부하기

내가 못 풀었던 문제는 X표시
풀긴 풀었으나 프리즘 해설지나 강의를 듣고 더 이해가 되는 지점이 있거나 익숙하지 않다면 △표시
내가 완벽하게 알고 있고 왜 이런지 설명가능하다면 O표시

이렇게 대표문제에 5회독 복습표에 표시해 두도록 해요.

■ STEP3 모든 문제가 O이 될수록 △X만 골라서 학습하기!

[복습표 예시 ▼]

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X	X	△	O		O

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X	X	X	△	O	O

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X	△	O			O

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X	O				O

■ STEP4 한 단원이 끝났다면 대표문항+워크북 전체적으로 한 번 풀어보기

복습	1회	5회
채점 ○△X	△	O

복습	1회	5회
채점 ○△X	X	O

한 단원이 끝났으면 문제에서 △X가 적혀있는 문제들은 다시 한 번 점검차원에서 풀어보도록 해요.
△X가 적혀있는 문제들만 보면 되기 때문에 복습 횟수가 늘어날수록 복습시간이 줄어드는 마법 같은 일이 벌어질 거예요.

■ STEP5 추천 스케줄 예시

Day	Progress	Review Topic	Time	☐ Check it!
1	1일차 진도	■ 인강 1일차 진도 ■ 대표문항 11번까지 (문항 당 2분 예습 겸 문제풀기) +대표문항 오답정리하기		
2	1일 복습 + 2일차 진도	■ 대표문항 누적복습 경향04까지 대표문항 △X 풀기 →잘 풀리면 O ■ 인강 2일차 진도 경향05까지 대표문항 문항 당 2분 예습 →프리즘 해설 또는 인강으로 공부하기		
3	누적복습 + 3일차 진도	■ 대표문항 누적복습 경향05까지 누적복습 (△X 문제만!) ■인강 3일차 진도 경향08까지 대표문항 문항 당 2분 예습 →프리즘 해설 또는 인강으로 공부하기		
4 리뷰데이	지수로그	워크북 경향05까지 전체풀기 (지수로그 단원만) +프리즘 해설로 풀었던 문제도 이해해두기 **+전문항 ○△X 체크해두기 (나의 지수로그 수능 약점!)**		
…		■대표문항 누적복습 ■인강 N일차 진도		
리뷰데이		■ 한 단원이 끝나면 워크북으로 해당 단원 전체 풀어보고 ■ 이전단원 워크북 △X 문제 풀어보기!		

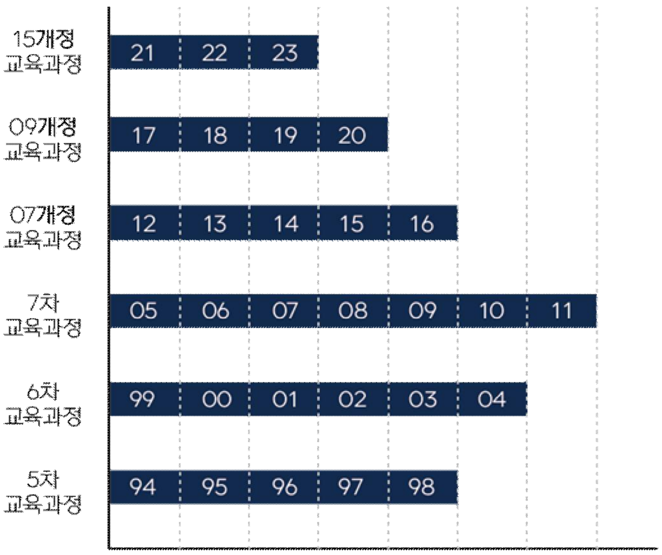
수능한권

수학 II

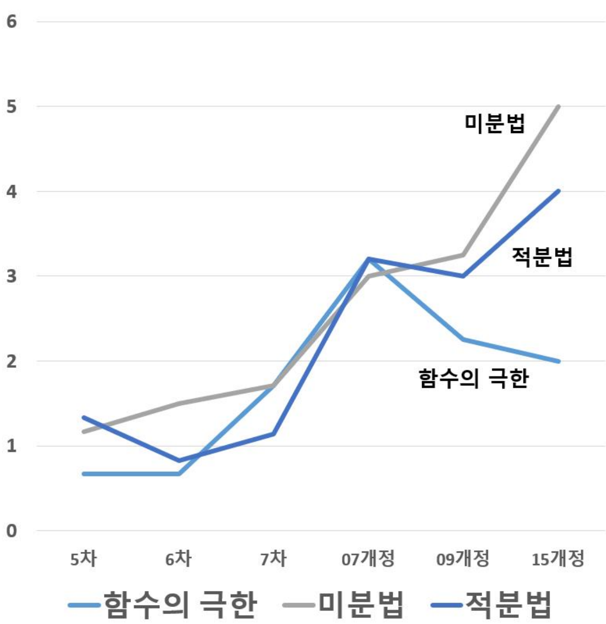
1. 함수의 극한
2. 미분법
3. 적분법

Big Data Report

교육과정 별 수능



수II 단원별 출제 문항수 평균



■ 2024 수능은 15개정 교육과정 수능으로 선택과목 수능이 된지 3년차다. 흔히들 이전 수능에서 선택과목 수능 수학 체제가 없었다고 생각할 수 있지만, 이전 교육과정에도 수능 수학 선택과목 체제가 있었다.
결국 돌고 도는 유행, 레트로 수능이라고 할까보다!

■ 교육과정별 추구하는 지향점이 조금씩 다르다.
따라서 기출문제를 무작정 푼다면 교육과정 별로 추구하는 지향점이 무시된 채로 문제를 풀기 때문에 동일시간 대비 효과는 반감될 수 있다.
15개정 교육과정에 최적화 작업을 거쳐내었고
30년 수능 Big Data Analysis를 탑재한 수능한권으로 기출문제 푸는 우리랑은 다른 얘기다.

■ 오래된 문제에도 얻어갈 Insight는 분명히 있다.
킬러 문제조차도 이전에 출제된 킬러 문제와
사고방식이 겹치는 부분들이 여러번 있었다.
올해 수능에서도 얼마든지 발생할 수 있는 일이고,
이런 기회를 놓치지 않도록 철저히 학습을 하자.

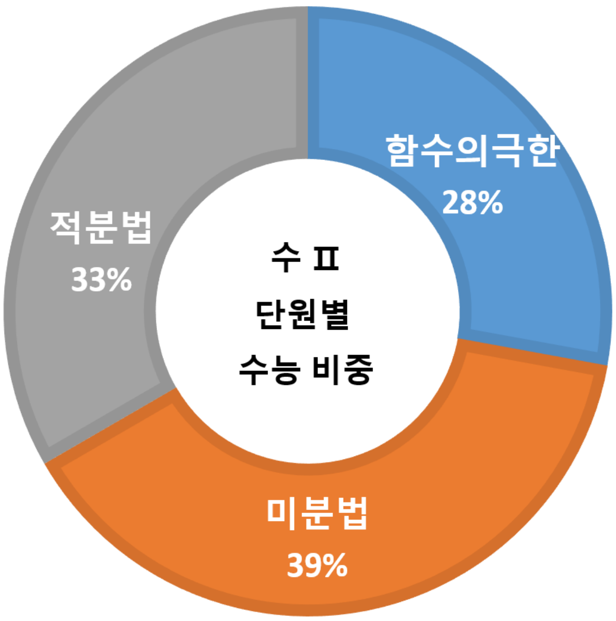
■ 함수의 극한 출제 문제 수가 15개정 수능 내내 매년 고정적으로 2 문제가 출제되는 것으로 미분법과 적분법 단원의 중요도는 상대적으로 올라갔다.
올해 수능도 함수의 극한에서 2 문제 정도 출제될 것으로 예상된다.

■ 함수의 극한 출제 문제 수가 적어진 만큼,
여러 가지를 한 문제에서 복합적으로 물어보는 킬러 문제가 출제될 가능성을 배제할 수 없다. 실제로 작년 수능 14번으로 어려운 문제가 출제되어 많은 학생들이 당황하였다.

■ 바로 직전 교육과정인 09개정 때보다 미분법과 적분법 단원이 크게 중요해진 것을 알 수 있다.
(평균 3 문제 출제 → 평균 4-5 문제 출제)

■30년 수능 내내 전통적으로 미분과 적분 단원에서는 그 해 수능의 최고난도 문제가 출제가 되어왔다.
작년에도 어김없이 22번 문제는 미분에서 출제됐다.

수II 수능 단원별 수능 중요도



수능 수학 Big data Analyst 의 2024 수능 수II 학습 방향 조언

함수의 극한은 연속성에 대한 이해

미분법은 그래프 활용

적분법은 식에 대한 그래프적인 해석 능력을 길러야 한다

■ 미분법은 15개정 수능 수학에서 매년 5 문제 출제됐다. 킬러 1 문제를 제외하면 나머지 문제는 의외로 쉬운 편이다.

■ 적분법은 15개정 수능 수학에서 매년 4 문제가 출제 됐다. 대체로 준킬러 1문제, 중간 난이도 1문제, 쉬운 2문제로 출제되는 편이지만, 올해 수능에서 적분법 킬러 1문제가 출제될 수도 있다.

■ 미분법에서는 그래프 활용이 주된 학습영역이 된다면, 적분법에서는 그래프뿐만 아니라 식 변형과 활용에 대해서도 많은 훈련이 필요하다.

■ 작년 수능 출제 문항 분류

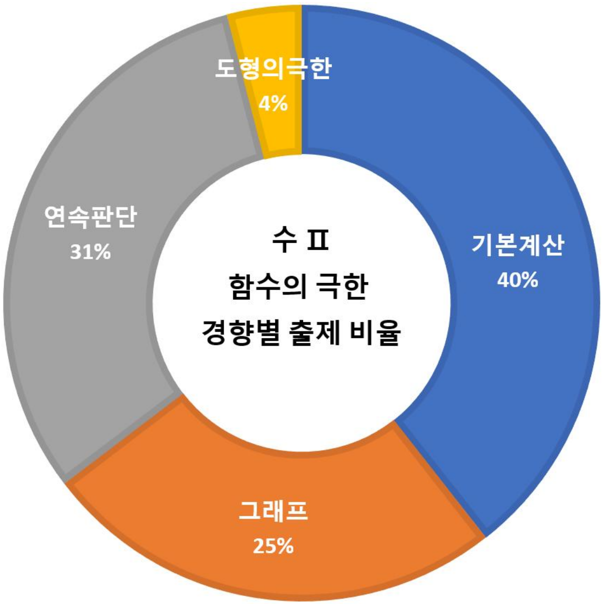
단원	문항 수	2점	3점	4점
함수 극한	2문제	2번		14번
미분	5문제		4,6,8, 19번	22번
적분	4문제		17번	10,12, 20번

수학 Ⅱ

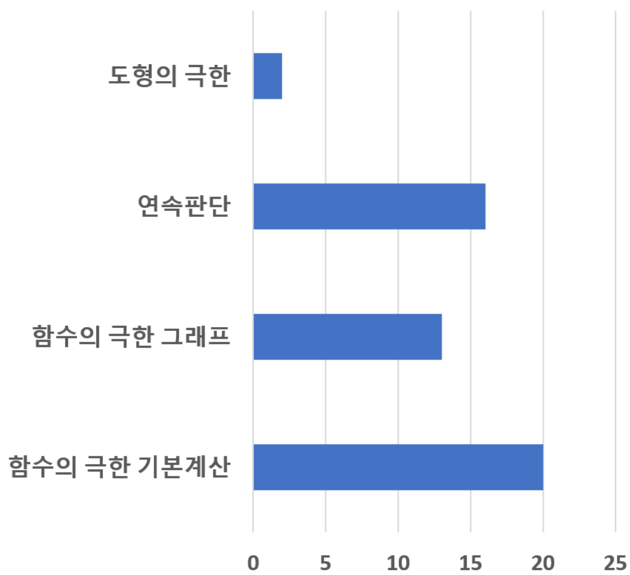
1. 함수의 극한

Big Data Report

함수의 극한 경향별 출제 비율



함수의 극한 경향별 누적 수능 문항 수



■ 함수의 극한 단원은 4가지 경향으로 분석하였다.

■ 함수의 극한 기본 계산
기본 계산이 많이 출제 된다.
2점 배점의 쉬운 계산 문제도 많이 출제된다.

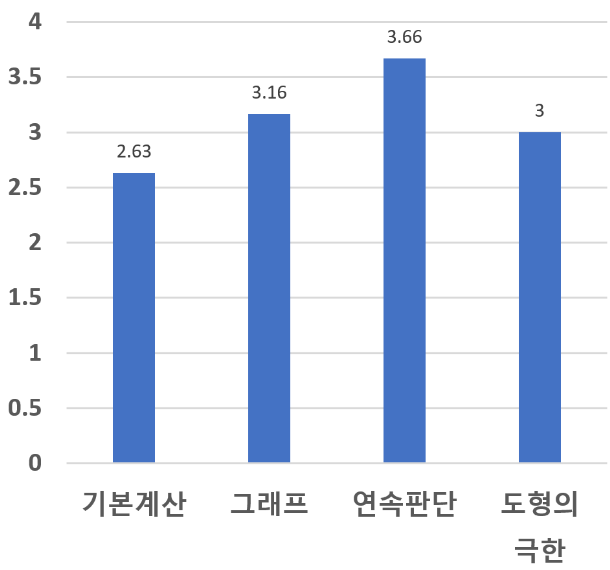
■ 함수의 극한 그래프
재작년 수능에서 함수의 극한은 2문제는 모두 그래프 경향에서 출제 되었다. 그래프 문항이 출제되면 기본 계산 문항이 출제가 안 되고, 기본계산 문항이 출제되면 기본 그래프 문항이 출제가 안 되는 경향이 있다. 즉 둘 중 하나는 반드시!
(23수능: 기본계산○/기본 그래프X)
(22수능: 기본계산X/기본 그래프○)
(21수능: 기본계산○/기본 그래프X)
그래프 경향은 수능 시험지 1-2페이지에 출제되는 쉬운 문제뿐만 아니라 직접 그래프를 그려서 판단해야 하는 어려운 문제도 출제된 적이 있다. 따라서 제시된 단서로 그래프 개형을 추론하는 훈련이 필요하다.
이 훈련은 미분 적분 단원에도 확장 적용 가능하니 잘 연습해두자.

■ 연속 판단
연속 판단 경향은 실전개념을 알면 풀이 시간을 극단적으로 줄일 수 있으므로 기본개념뿐만 아니라
실전개념 둘 다 학습할 필요가 있다.
함수의 극한에서 1문제를 틀린다면 그건 바로
[연속판단]에서 틀릴 가능성이 높다.
(함수의 극한 평균 오답률 1위)
(함수의 극한단원 평균 배점 1위 3.6점)

■ 도형의 극한
잘 출제되는 편은 아니다. 수능 전체를 통틀어서
기습적으로 단 2번의 출제가 이뤄졌었다. 두 번 다 3점 문항들로 출제 되었지만, 다른 3점 문항들보다 오답률이 높다. 아까운 문제를 놓치지 않도록 접근법을 잘 익혀서, 만에 하나까지 완벽하게 대비를 하자.

Major Trend

함수의 극한 경향별 문제 난이도



◆ 함수의 극한 기본계산 (2.63점)

◆ 함수의 극한 그래프 (3.16점)

◆ 연속판단 (3.64점)

◆ 도형의 극한 (3.0점)

■ 작년 수능 출제 문항 분류

「경향01 힘수의 극한 기본 계산」
- 2번 [2점]

「경향03 연속판단」
- 14번 [4점]

2024 수능 함수의 극한 학습 방향

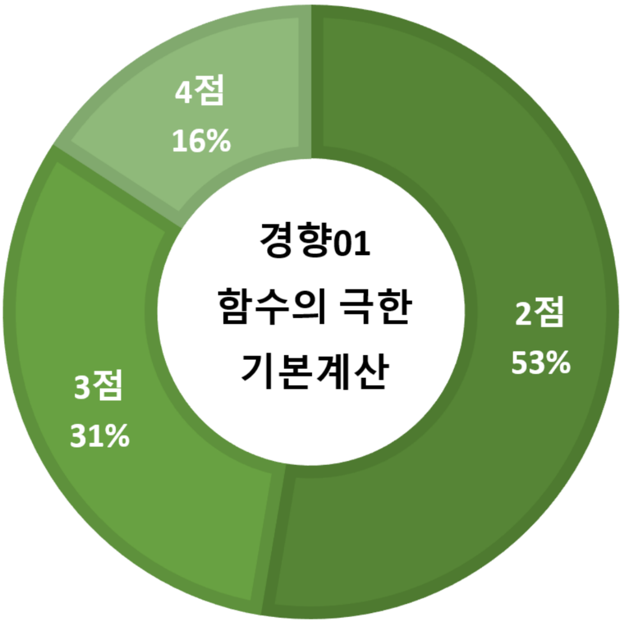
연속판단 정복 훈련
함수의 극한 그래프 그리는 훈련

대체적으로 연속판단에서
고난도 문항으로 출제될 것으로 예측

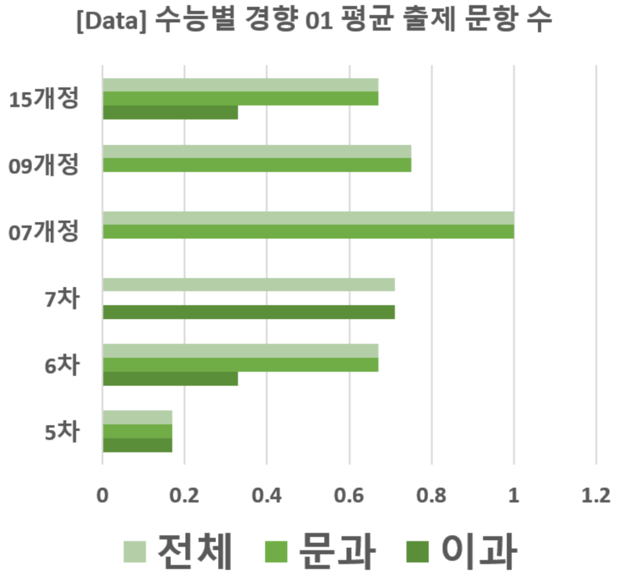
But 함수의 극한은
다른 미분법/적분법 단원의 기본기!
따라서 확실하게 해두기!

경향 01 Minor Trend

경향01 수능 출제 난이도



경향01 수능별 데이터 (1)



COMMENT

쉬운 계산 문제가 많이 나와. 종종 제법 난이도 있는 4점 문제도 출제된 바가 있는데 이때는 주로 미분 단원과 결합되어 나오지. 미분과 결합되어 나와도 문제의 형태가 언뜻 봐서는 그걸 눈치 채기 어려울 때가가 있어. 이를 알아보기 위해서는 함수의 극한 단원에서 미분 단원이 개념의 흐름이 어떻게 연결되는지 알고 있어야 해.

경향01 수능 출제 전망

■■■■□

출제 가능성 매우 높음

경향01 함수의 극한 단원 내 출제 비율

39.22%

경향01 수능별 데이터 (2)

경향01 대표문제분석 001

1. [2009년 수능 (가)형 11번]
다항함수 $f(x)$와 두 자연수 $m,\ n$이

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^m}=1,\quad \lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x^{m-1}}=a$$

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x^n}=b,\quad \lim_{x\to0}\frac{f'(x)}{x^{n-1}}=9$$

를 모두 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a, b는 실수이다.) [4점]

[보 기]

ㄱ. $m\ge n$　　ㄴ. $ab\ge 9$
ㄷ. $f(x)$가 삼차함수이면 $am=bn$이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$f(x)$의 최고차항의 단서

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^m}=1 \Leftrightarrow f(x)=1\cdot x^m+\cdots$$

$f(x)$의 최저차항의 단서

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x^n}=b \Leftrightarrow f(x)=1\cdot x^m+\cdots+b\cdot x^n$$

$\therefore\ f(x)=1\cdot x^m+\cdots+b\cdot x^n$

$\therefore\ f'(x)=mx^{m-1}+\cdots+bnx^{n-1}$

$f'(x)$의 최고차항의 단서

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x^{m-1}}=a \Leftrightarrow a=m$$

$f'(x)$의 최저차항의 단서

$$\lim_{x\to0}\frac{f'(x)}{x^{n-1}}=9 \Leftrightarrow 9=bn$$

ㄱ. (참)
m은 $f(x)$의 최고차항,
n은 $f(x)$의 최저차항이므로 $m\ge n$

ㄴ. (참)
$ab\ge 9$
$\Leftrightarrow\ ab\ge bn$
$\Leftrightarrow\ bm\ge bn\ (\because\ a=m)$
$\therefore\ m\ge n\ (\because\ 9=bn$에서 $n>0$이므로 $b>0)$

ㄷ. (참)
삼차함수면 $m=3=a$
$\therefore\ am=9=bn$

Analysis

무작정 계산보다 효과적인 접근법이 있다.

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^m}=a$ 꼴 → 최고차항을 알 수 있다.

$\Leftrightarrow\ f(x)=ax^m+\cdots$

$\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)}{(x-\alpha)^n}=b$ 꼴 → 최저차항을 알 수 있다.

$\Leftrightarrow\ f(x)=a(x-\alpha)^m+\cdots+b(x-\alpha)^n$

$(\because\ \lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)}{(x-\alpha)^n}=\lim_{x\to\alpha}\{a(x-\alpha)^{m-n}+\cdots+b\}=b)$

경향 01 Minor Trend

경향01 대표문제분석 002

2. [2020년 수능 (나)형 14번]
상수항과 계수가 모두 정수인 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 최댓값은? [4점]

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)g(x)}{x^3}=2$
(나) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)g(x)}{x^2}=-4$

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

(step1) $f(x)g(x)$의 식 구하기

최고차항에 대한 단서

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)g(x)}{x^3}=2 \Leftrightarrow f(x)g(x)=2x^3+\cdots$

최저차항에 대한 단서

(나) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)g(x)}{x^2}=-4 \Leftrightarrow f(x)g(x)=2x^3-4x^2$

$\therefore\ f(x)g(x)=2x^3-4x^2=2x^2(x-2)$

$f(x)$, $g(x)$의 상수항과 계수가 모두 정수이므로
2, x, x, $(x-2)$를 인수로 나누어 가져야 한다.

(step2) $f(2)$의 최댓값 구하기

$f(x)$가 $(x-2)$를 인수로 가지면
$f(2)=0$이므로 최댓값이 될 수 없다.

$\therefore$ $(x-2)$는 $g(x)$의 인수여야 하며,
나머지 인수를 모두 $f(x)$가 가져야
$f(2)$가 최대가 될 수 있다.

$\therefore\ f(x)=2x^2,\ g(x)=x-2$
$\therefore$ 최댓값 $f(2)=8$

Analysis

문제 단서 중 '정수,' '다항함수' 조건을 간과하기 쉽다.
기계적으로 문제 풀던 관성으로 접근하면 풀리지 않는다.
조건 하나 하나 꼼꼼히 보고 이를 토대로 출제자의 의도를 추론하는 사고가 필요하다.

경향01 대표문제분석 003

3. [2018년 수능 (나)형 18번]

최고차항의 계수가 1이고 $f(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to2}\frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2}=\frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

분모에 $(x-2)$가 있으므로 $f(2)=0$

$\therefore\ f(x)=(x-1)(x-2)(x+a)$

$$\frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2}$$

$$=\frac{(x-2)(x-1)(x+a)}{(x-2)\{(x-2)(x+a)+(x-1)(x+a)+(x-1)(x-2)\}^2}$$

$$=\frac{(x-1)(x+a)}{\{(x-2)(x+a)+(x-1)(x+a)+(x-1)(x-2)\}^2}$$

$$\lim_{x\to2}\frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2}=\frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{1\cdot(2+a)}{\{1\cdot(2+a)\}^2}=\frac{1}{4}$$

$\therefore\ a=2$

$\therefore\ f(x)=(x-1)(x-2)(x+2)$

$\therefore\ f(3)=2\cdot1\cdot5=10$

[다른 풀이]

$$\lim_{x\to2}\frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2}=\frac{1}{4}$$

$$\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}\times\frac{1}{\{f'(x)\}^2}$$

$$=f'(2)\times\frac{1}{\{f'(2)\}^2}$$

$$=\frac{1}{f'(2)}=\frac{1}{a+2}=\frac{1}{4}$$

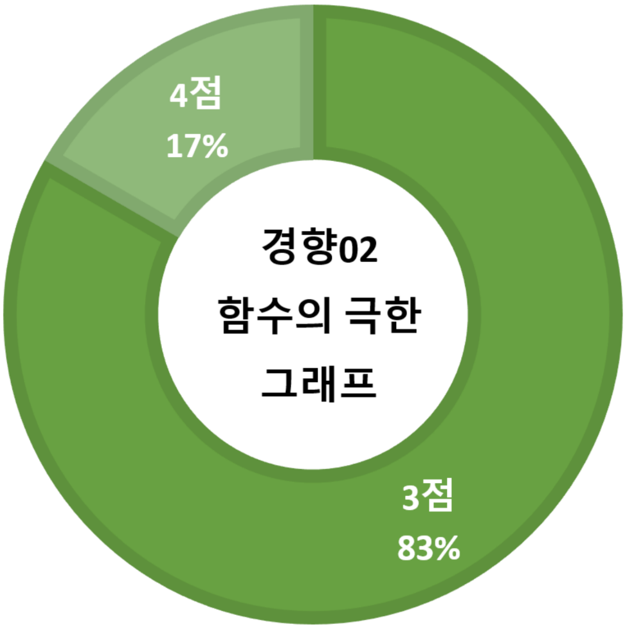
$\therefore\ a=2$

Analysis

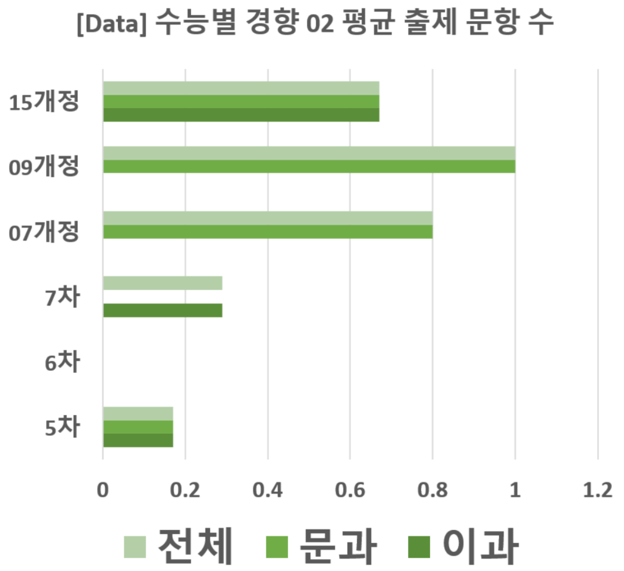
함수의 극한 연산으로 푸는 것도 가능하고
미분계수의 정의를 이용한 풀이도 가능하다.
두 가지 풀이 모두 익혀두는 게 좋다.

경향 02 Minor Trend

경향02 수능 출제 난이도



경향02수능별 데이터 (1)



COMMENT

5차, 7차 교육과정에는 제법 난이도 있는 문제가 출제됐으나, 2013~2020년에는 그래프에서 함숫값과 좌극한과 우극한만 볼 줄 알면 풀 수 있는 아주 기초적인 문제만 출제됐어. 하지만 방심은 금물! 재작년에는 94년도 문제와 비슷한 사고방식으로 요구하는 4점 문제가 출제됐어.

경향02 수능 출제 전망

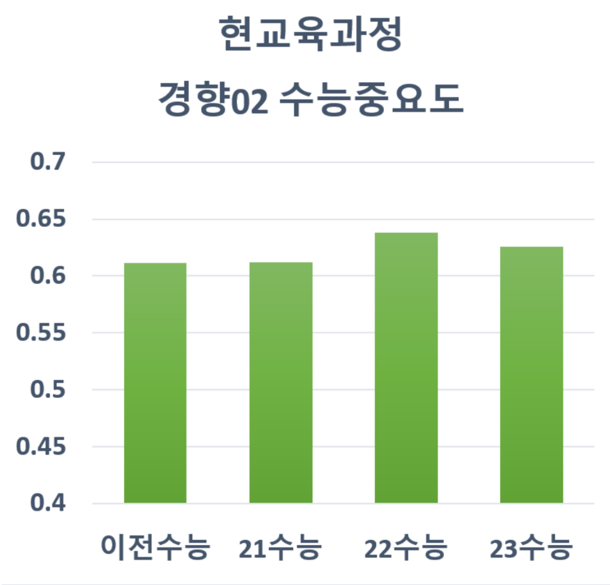
■■■□□

함수의 극한 문제 수가 축소되면서 출제 확률은 반반

경향02 함수의 극한 단원 내 출제 비율

25.49%

경향02 수능별 데이터 (2)



경향02 대표문제분석 004

4. [2010년 수능 (가)형 8번]
실수 a에 대하여 집합
$\{x \mid ax^2+2(a-2)x-(a-2)=0,\ x\text{는 실수}\}$
의 원소의 개수를 $f(a)$라 할 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

[보 기]

X ㄱ. $\lim\limits_{a \to 0} f(a) = f(0)$

O ㄴ. $\lim\limits_{a \to c+} f(a) \neq \lim\limits_{a \to c-} f(a)$ 인 실수 c는 2개다.

O ㄷ. 함수 $f(a)$가 불연속인 점은 3개이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

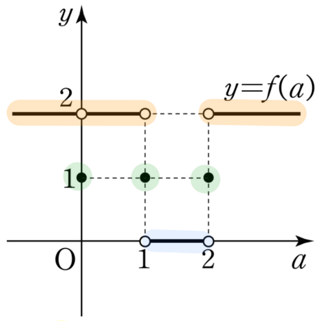
수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$f(a)$는
방정식 $ax^2+2(a-2)x-(a-2)=0$의
서로 다른 근의 개수와 같다.

i) $a \neq 0$인 경우
$ax^2+2(a-2)x-(a-2)=0$는 이차식이므로
서로 다른 근의 개수 $f(a)$는
판별식으로 알 수 있다.

$\frac{D}{4} = (a-2)^2 + a(a-2) = 2(a-1)(a-2)$
$D>0 \Leftrightarrow a<1$ or $a>2 \rightarrow f(a)=2$
$D=0 \Leftrightarrow a=1$ or $a=2 \rightarrow f(a)=1$
$D<0 \Leftrightarrow 1<a<2 \rightarrow f(a)=0$

ii) $a=0$인 경우
$ax^2+2(a-2)x-(a-2)=0$
$\Leftrightarrow -4x+2=0$은 일차식이므로
$a=0 \rightarrow f(a)=1$



ㄱ. (거짓)
$\lim\limits_{a \to 0} f(a) = 2$, $f(0)=1$이므로 거짓이다.

ㄴ. (참)
$\lim\limits_{a \to c+} f(a) \neq \lim\limits_{a \to c-} f(a)$인 실수 c는 1, 2이다.

ㄷ. (참)
함수 $f(a)$는 $a=0, 1, 2$에서 불연속이다.

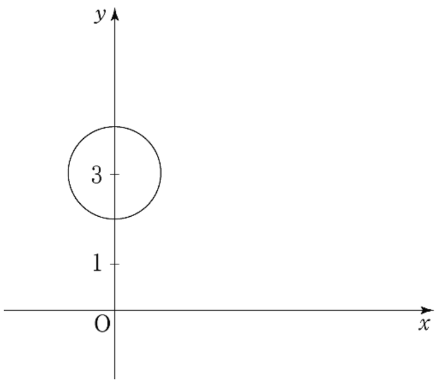
Analysis

'함수로 새로운 함수를 규정'하는 문제이다.
$f(a)$는 개수에 대한 함수이므로 계단형 그래프가 된다.
즉, 불연속점이 존재한다는 것을 참고하자.

경향 02 Minor Trend

경향02 대표문제분석 005

5. [2007년 수능 (가)형 9번]
좌표평면에서 중심이 $(0,\ 3)$이고 반지름의 길이가 1인 원을 C라 하자. 양수 r에 대하여 $f(r)$를 반지름의 길이가 r인 원 중에서, 원 C와 한 점에서 만나고 동시에 x축에 접하는 원의 개수라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]



[보 기]

○ ㄱ. $f(2)=3$

× ㄴ. $\lim_{r \to 1+} f(r) = f(1)$

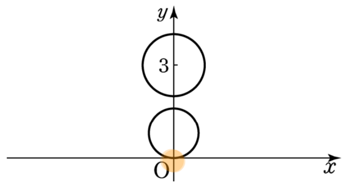
○ ㄷ. 구간 $(0,\ 4)$에서 함수 $f(r)$의 불연속점은 2개이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

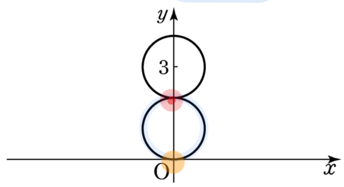
수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$f(r)$는 개수에 대한 함수이므로
$f(r)$로 될 수 있는 값은 $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$가 있다.
개수에 대한 함수는 계단형 그래프가 된다.
불연속점이 존재할 것이다!

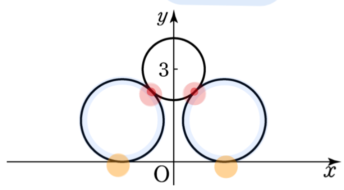
i) $0 < r < 1$
$f(r) = 0$
($\because$ r이 충분히 작을 때는 원 C와 x축에 동시에 접하는 것이 불가능하다.)



ii) $r = 1$
$f(r) = 1$ ($\because$ 외접 1개)



iii) $1 < r < 2$
$f(r) = 2$ ($\because$ 외접 2개)

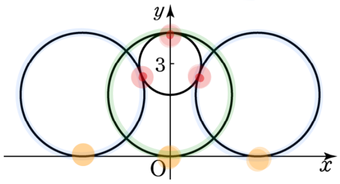


Analysis

"이 문제를 어떻게 풀지?"라고 생각하지 말고
"이 문제와 관련 있는 개념이 뭐지?"라고 생각하자.
[개념] 두 원이 접할 때는 외접과 내접 2가지가 있다.

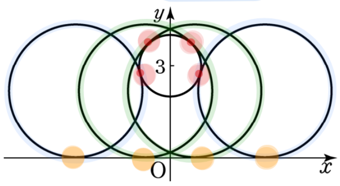
ⅳ) $r=2$

$f(r)=3$ ($\because$ 외접 2개 & 내접 1개)

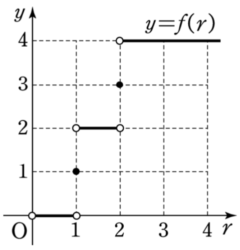


ⅳ) $r>2$

$f(r)=4$ ($\because$ 외접 2개 & 내접 2개)



$$f(r)=\begin{cases}0 & (0<r<1)\\ 1 & (r=1)\\ 2 & (1<r<2)\\ 3 & (r=2)\\ 4 & (r>2)\end{cases}$$



ㄱ. (참)

$f(2)=3$

ㄴ. (거짓)

$\lim_{r\to1+} f(r)=2\neq f(1)=1$

ㄷ. (참)

$r=1, 2$일 때, 불연속

경향 02 Minor Trend

경향02 대표문제분석 006

6. [1994년 수능 (1차) 11번]
모든 실수에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 <보기>에 있는 세 가지 조건을 만족시킨다.

[보 기]

가. $f(x)$는 연속함수이고
$f(x)=f(-x)$이다.
나. $|x|>5$이면 $f(x)=0$이다.
다. $|x|<5$이면 $|f(x)|\leq 10$이고
$f(x)=10$이 되는 x는 오직 한 개 있다.

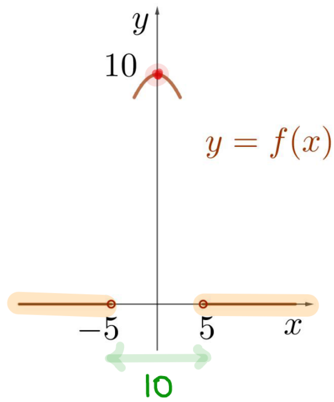
다음 중 옳지 않은 것은?
① $f(5)=f(-5)=0$이다.
② $f(x)$는 $x=0$일 때 최대이다.
③ $f(x)=5$가 되는 x는 두 개 이상 있다.
④ $f(x)$가 최소가 되는 x는 오직 한 개 있다.
⑤ 모든 실수 x에 대하여 $f(x+5)f(x-5)=0$

Analysis

한 문제에 여러 가지 개념을 물어보는 좋은 문제.
단순히 답만 내지 말고 각 선지마다 출제 의도와 관련된 개념이 무엇인지를 분석해보자.

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$f(x)$의 개형에 대해 물어보고 있으므로,
조건 (가), (나), (다)를 이용하여
$f(x)$를 그릴 수 있을 만큼 그려보자.



① (참) 연속의 정의

$|x|>5$이면 $f(x)=0$ ($\because$ 조건 (나))

⇔ $x<-5$ or $x>5$이면 $f(x)=0$

$\therefore \lim_{x\to -5-} f(x)=0$ and $\lim_{x\to 5+} f(x)=0$

연속에 정의에 의해 ($\because$ 조건 (가))

$f(-5)=\lim_{x\to -5-} f(x)=0$

$f(5)=\lim_{x\to 5+} f(x)=0$

② (참) 대칭성

$f(x)=f(-x)$ ($\because$ 조건 (가))

⇔ y축($x=0$)에 대하여 좌우대칭이다.

⇔ 대칭축인 $x=0$일 때를 제외하고는 같은 값이 2개씩 있다.

⇔ $f(x)=10$이 되는 x가 1개라면 그 x가 대칭축 $x=0$ 위에 있는 것이다.

⇔ $f(0)=10$

$\therefore$ $f(x)$는 $x=0$일 때 최대이다.
($\because$ 조건 (다) $|f(x)|\leq 10$)

③ (참) 사잇값의 정리

$f(x)$는 연속함수이고

$f(-5)=0$, $f(0)=10$

$\therefore$ 사잇값 정리에 의해

$f(c)=5$가 되는 c는 $(-5, 0)$에 적어도 하나 이상 존재한다.

$f(0)=10$, $f(5)=0$

$\therefore$ 사잇값 정리에 의해

$f(c)=5$가 되는 c는 $(0, 5)$에 적어도 하나 이상 존재한다.

$\therefore$ $f(x)=5$가 되는 x는 적어도 두 개 이상 존재한다.

④ (거짓) 함수의 정의

오직 한 개 있는 값은 오직 $x=0$에서만 존재할 수 있다.

그런데 $x=0$에는 최댓값이 있고

함수의 정의에 의해 하나의 정의역에 여러 함숫값이 존재할 수 없다.

$\therefore$ 최솟값은 오직 한 개가 될 수 없다.

⑤ (참) 구간

$|x| \geq 5$이면 $f(x)=0$ ($\because$ 조건 (나) & ①)

함수 $f(x)$가 0아닌 값을 가질 수 있는 건

구간 $(-5,\ 5)$에서 뿐이고

이 구간의 길이는 $5-(-5)=10$

$f(x+5)f(x-5)=0$에서

정의역의 값의 차이는 $(x+5)-(x-5)=10$

$x+5$, $x-5$ 모두 구간 $(-5,\ 5)$에 포함될 수는 없다.

$\therefore$ $f(x+5)=0$ or $f(x-5)=0$

경향 02 Minor Trend

경향02 대표문제분석 007

7. [2022년 수능 (공통) 12번]

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\{f(x)\}^3 - \{f(x)\}^2 - x^2 f(x) + x^2 = 0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$의 최댓값이 1이고 최솟값이 0일 때, $f\left(-\frac{4}{3}\right) + f(0) + f\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은?

[4점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

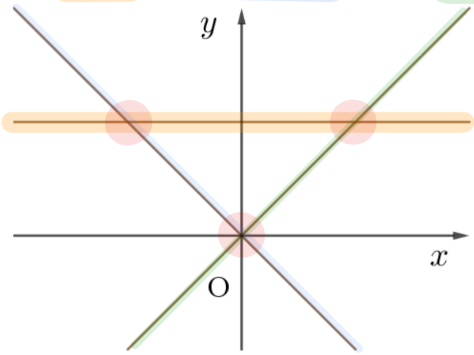
$\{f(x)\}^3 - \{f(x)\}^2 - x^2 f(x) + x^2 = 0$

$\Leftrightarrow \{f(x)\}^2\{f(x)-1\} - x^2\{f(x)-1\} = 0$

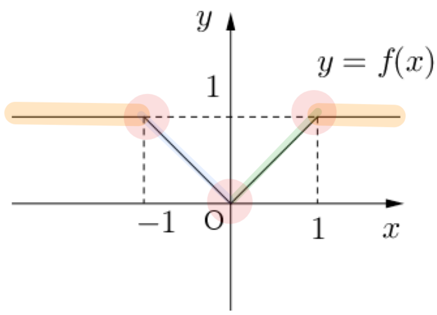
$\Leftrightarrow [\{f(x)\}^2 - x^2]\{f(x)-1\} = 0$

$\Leftrightarrow \{f(x)-x\}\{f(x)+x\}\{f(x)-1\} = 0$

$\therefore f(x) = 1$ 또는 $f(x) = -x$ 또는 $f(x) = x$



여기에서 최대, 최소는 1, 0이고 연속인 함수는 아래 경우뿐이다.



$\therefore f\left(-\frac{4}{3}\right) = 1,\ f(0) = 0,\ f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

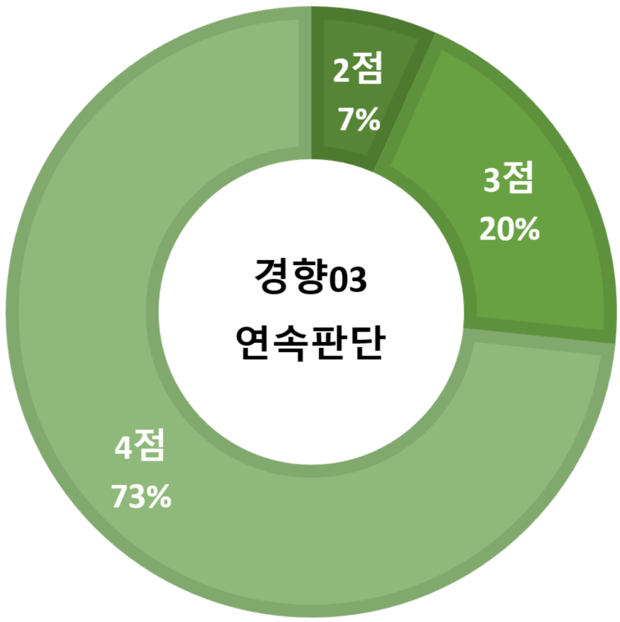
$\therefore f\left(-\frac{4}{3}\right) + f(0) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 + 0 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

Analysis

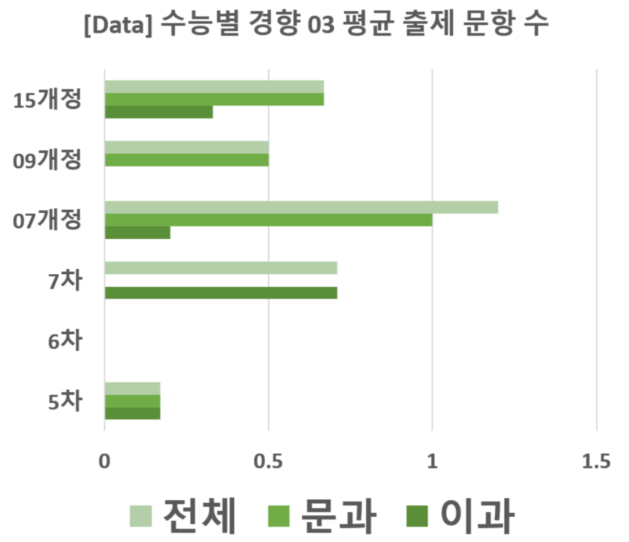
과하게 복잡해 보이는 식 때문에 많은 학생들이 당황했던 문제. 하지만 기출 분석을 잘 했다면 [2017년 수능 (나)형 30번](대표문제 83번)에서 정확히 똑같은 방식으로 다뤄야 하는 식이 제시되었다. 이미 나왔던 것도 제대로 공부하지 않고 아무거나 신유형이라고 당황하는 우를 범하지 말자.

경향 03 Minor Trend

경향03 수능 출제 난이도



경향03 수능별 데이터 (1)



COMMENT

함수의 극한 단원에서 4점 문제가 가장 많이 출제된 경향이야. 이 경향에서는 공통된 문제 풀이 패턴이 반복되기 때문에 접근법을 정확히 익혀두면 남들이 5분씩 걸려서 풀 문제를 5초 만에 해결하는 것도 가능해. 그만큼 투자한 만큼 많은 효과를 볼 수 있어. 지금까지 수능에 출제된 연속 판단의 모든 걸 이 책에 정리해 놨으니 걱정하지마!

경향03 수능 출제 전망

■■■■□

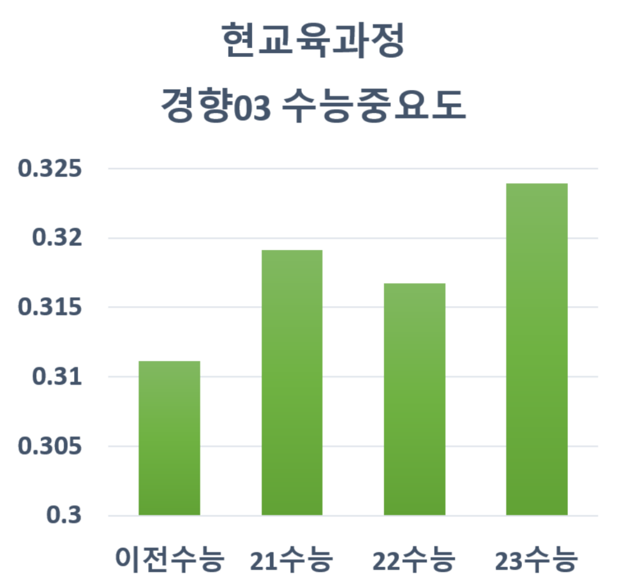
7년연속 출제[11수능~17수능]

20수능부터 퐁당퐁당 출제

경향03 함수의 극한 단원 내 출제 비율

31.37%

경향03 수능별 데이터 (2)



경향03 대표문제분석 008

8. [2015년 수능 (A)형 23번]

함수 $f(x)=\begin{cases} 2x+10 & (x<1) \\ x+a & (x \geq 1) \end{cases}$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

실수 전체의 집합에서 연속이므로
$x=1$에서도 연속이다.
따라서 연속의 정의에 의해
$f(1)=\lim\limits_{x\to1+}f(x)=\lim\limits_{x\to1-}f(x)$

$f(1)=1+a$

$\lim\limits_{x\to1-}f(x)=\lim\limits_{x\to1-}(2x+10)=12$

$\lim\limits_{x\to1+}f(x)=\lim\limits_{x\to1+}(x+a)=1+a$

$\therefore\ 1+a=1+a=2+10$

$\therefore\ a=11$

Analysis

함수의 연속 개념을 묻는 가장 기본적인 형태의 문제.
기계적으로 문제 푸는 방법은 다들 알지만, 정작 왜 그렇게 풀어야 하는지 모르는 친구들이 많다.

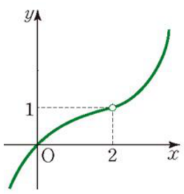
■ **$f(x)$가 $x=a$에서 연속**

① $f(a)$가 존재

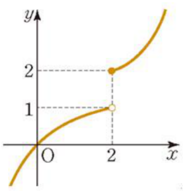
② $\lim\limits_{x\to a}f(x)$가 존재 ($\lim\limits_{x\to a+}f(x)=\lim\limits_{x\to a-}f(x)$)

③ $\lim\limits_{x\to a}f(x)=f(a)$

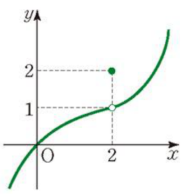
①



②



③



경향 03 Minor Trend

경향03 대표문제분석 009

9. [2008년 수능 (가)형 3번]
함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+x-12}{x-3} & (x \neq 3) \\ a & (x=3) \end{cases}$$

가 모든 실수 x에서 연속일 때, a의 값은? [2점]

① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$f(x)$는 $x=3$에서 연속이므로

$f(3)=\lim_{x\to 3} f(x)$

⇔ $a=\lim_{x\to 3}\dfrac{(x-3)(x+4)}{x-3}=7$

경향03 대표문제분석 010

10. [2019년 수능 (나)형 21번]
최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여
> $f(x)g(x)=x(x+3)$이다.
> (나) $g(0)=1$

$f(1)$이 자연수일 때, $g(2)$의 최솟값은? [4점]

① $\dfrac{5}{13}$ ② $\dfrac{5}{14}$ ③ $\dfrac{1}{3}$ ④ $\dfrac{5}{16}$ ⑤ $\dfrac{5}{17}$

Analysis

문제에서 '연속'이라는 조건을 보고
"그래프가 이어져 있나보다" 정도로만 생각하면 곤란하다.
이는 전혀 수학적인 태도가 아니다.
'연속'의 수학적 정의가 무엇이고, 어떤 형태의 식으로 표현되고, 그걸 이 문제에 어떻게 적용할지를 생각하려는 것이 수학적인 태도다.

■ 연속함수의 성질

$f(x)$와 $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면,
다음 함수도 $x=a$에서 연속이다.
① $y=f(x)\pm g(x)$
② $y=cf(x)$ (단, c는 상수)
③ $y=f(x)g(x)$
④ $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ $(g(a)\neq 0)$

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

(Step1) 함수 $g(x)$가 $x=0$에서 연속인 것 활용하기

$g(0)=\lim_{x\to 0}g(x)$

$\Leftrightarrow\ 1=\lim_{x\to 0}\dfrac{x(x+3)}{f(x)}$

$x\to 0$일 때, (분자)→0이므로 $f(0)=0$

$\therefore\ f(x)=x(x^2+ax+b)$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x(x+3)}{f(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{x(x+3)}{x(x^2+ax+b)}=\frac{3}{b}=1$$

$\therefore\ b=3,\ f(x)=x(x^2+ax+3)$

(Step2) 함수 $g(x)$가 연속함수인 것 활용하기

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{x+3}{x^2+ax+3} & (x\neq 0)\\ 1 & (x=0)\end{cases}$$

$g(x)$가 실수 전체에서 연속이므로

$x^2+ax+3\neq 0$

$\Leftrightarrow\ D=a^2-4\times 3<0$

$\therefore\ -\sqrt{12}<a<\sqrt{12}$ ≒ 3.xx

$f(1)$이 자연수이므로

$f(1)=a+4\geq 1$

$\therefore\ a\geq -3$인 정수

$g(2)=\dfrac{5}{7+2a}$가 최소가 되려면

분모인 $7+2a$가 최대

$\therefore\ a=3,\ g(2)=\dfrac{5}{13}$

경향 03 Minor Trend

■ 연속판단 빠르게 하는 표 그리기

	x	$f(x)$	$g(x)$
함수값	a		
좌극한	$a-$		
우극한	$a+$		

■ 곱해진 함수의 연속 판단 (불연속X연속=연속)

❖ $x=a$에서 $f(x)$는 불연속이고
$x=a$에서 $g(x)$는 연속이라 하자. 그러면

	$f(x)$	$g(x)$
함수값	$f(a)=A$	$g(a)$
좌극한	$\lim_{x\to a-} f(x)=B$	$\lim_{x\to a-} g(x)=g(a)$
우극한	$\lim_{x\to a+} f(x)=C$	$\lim_{x\to a+} g(x)=g(a)$

❖ $h(x)=f(x)g(x)$의 연속성

함수값	$h(a)=\quad f(a)g(a)=\quad f(a)g(a)$	$=Ag(a)$
좌극한	$\lim_{x\to a-} h(x)=\lim_{x\to a-} f(x)g(x)=\lim_{x\to a-} f(x)\lim_{x\to a-} g(x)$	$=Bg(a)$
우극한	$\lim_{x\to a+} h(x)=\lim_{x\to a+} f(x)g(x)=\lim_{x\to a+} f(x)\lim_{x\to a+} g(x)$	$=Cg(a)$

❖ 요약정리

		불연속	연속
	x	$f(x)$	$g(x)$
함수값	a	A	$g(a)$
좌극한	$a-$	B	$g(a)$
우극한	$a+$	C	$g(a)$

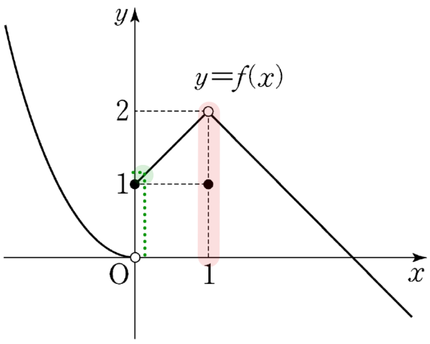
❖ 결론

$x=a$에서 $f(x)$는 불연속이고
$x=a$에서 $g(x)$는 연속일 때,
$f(x)g(x)$가 연속이려면 [$g(a)=0$]이다.

경향03 대표문제분석 011

11. [2012년 수능 (나)형 18번]

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



[보 기]

O ㄱ. $\lim_{x\to 0+} f(x)=1$

X ㄴ. $\lim_{x\to 1} f(x)=f(1)$

O ㄷ. 함수 $(x-1)f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

ㄱ. (참)

$\lim_{x\to 0+} f(x)=1$

ㄴ. (거짓)

$\lim_{x\to 1} f(x)=f(1)$

⇔ $x=1$ 에서 $f(x)$가 연속인가? No

ㄷ. (참)

[스킬] 곱해진 함수의 연속 판단

함수 $f(x)$가 $x=1$ 에서 불연속이고

함수 $g(x)=x-1$가 연속함수이고 $g(1)=0$

∴ $g(x)f(x)=(x-1)f(x)$는 $x=1$ 연속

[다른 방법1]

$h(x)=(x-1)f(x)$라 하면,

$h(1)=\lim_{x\to 1} h(x)$이면 $x=1$에서 연속이다.

$h(1)=0\times f(1)=0$

$$\lim_{x\to 1-} h(x)=\lim_{x\to 1-}(x-1)f(x)$$
$$=\lim_{x\to 1-}(x-1)\lim_{x\to 1-} f(x)=0\times 2=0$$
$$\lim_{x\to 1+} h(x)=\lim_{x\to 1+}(x-1)f(x)$$
$$=\lim_{x\to 1+}(x-1)\lim_{x\to 1+} f(x)=0\times 2=0$$

∴ $h(1)=\lim_{x\to 1-} h(x)=\lim_{x\to 1+} h(x)$

∴ $x=1$에서 $h(x)=(x-1)f(x)$는 연속

이 방법으로 정오판단은 할 수 있지만,

그 과정에서 극한식을 너무 많이 작성해야 해서 비효율적이다.

[다른 방법2]

x	$x-1$	$f(x)$	
1	0	1	$0=h(1)$
$1-$	0	2	$0=\lim_{x\to 1-} h(x)$
$1+$	0	2	$0=\lim_{x\to 1+} h(x)$

Analysis

곱해진 함수의 연속 판단은 함수의 극한 고난도 문제에서 가장 자주 출제되는 주제이다.

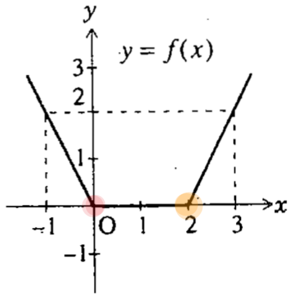
기본적인 풀이와 비법을 활용한 풀이에 소요되는 시간 차이가 어마어마하니 꼭 비법을 알고 있어야 한다.

경향 03 Minor Trend

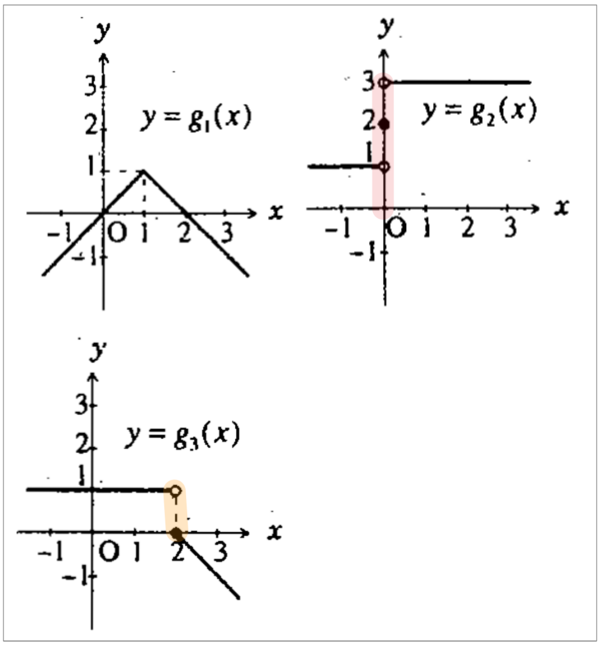
경향03 대표문제분석 012

12. [1996년 수능 (인문) & (자연) 9번]

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같이 주어져 있다.



아래의 그래프로 각각 주어진 함수 $y=g_1(x)$, $y=g_2(x)$, $y=g_3(x)$ 중에서 $f(x)$와 곱하여 얻어지는 함수 $y=f(x)g_k(x)$ $(k=1,\ 2,\ 3)$ 이 구간 $[-1,\ 3]$에서 연속이 되는 $g_k(x)$를 모두 고르면? 1점]



① $g_1(x)$　　② $g_2(x)$

③ $g_1(x),\ g_2(x)$　　④ $g_1(x),\ g_3(x)$

⑤ $g_1(x),\ g_2(x),\ g_3(x)$

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

(1) $y=f(x)g_1(x)$

함수 $g_1(x)$ 연속

함수 $f(x)$ 연속

$\therefore y=f(x)g_1(x)$ 연속

(2) $y=f(x)g_2(x)$

[스킬] 곱해진 함수의 연속 판단

함수 $g_2(x)$는 $x=0$에서 불연속

함수 $f(x)$는 연속 & $f(0)=0$

$\therefore y=f(x)g_2(x)$ 연속

(3) $y=f(x)g_3(x)$

[스킬] 곱해진 함수의 연속 판단

함수 $g_3(x)$는 $x=2$에서 불연속

함수 $f(x)$는 연속 & $f(2)=0$

$\therefore y=f(x)g_3(x)$ 연속

Analysis

곱해진 함수의 연속 판단 비법을 특정 지점뿐만 아니라 구간일 때도 적용할 수 있어야 한다.

경향03 대표문제분석 013

13. [2017년 수능 (나)형 14번]

두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+6 & (x<2) \\ 1 & (x\ge 2) \end{cases}$$

$$g(x)=ax+1$$

에 대하여 함수 $\dfrac{g(x)}{f(x)}$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① $-\dfrac{5}{4}$ ② -1 ③ $-\dfrac{3}{4}$ ④ $-\dfrac{1}{2}$ ⑤ $-\dfrac{1}{4}$

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$f(2)\neq\lim\limits_{x\to 2}f(x)$

⇔ 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 불연속

⇔ 함수 $\dfrac{1}{f(x)}$ 역시 $x=2$에서 불연속

[스킬] 곱해진 함수의 연속 판단

$\dfrac{g(x)}{f(x)}=g(x)\times\dfrac{1}{f(x)}$이 연속이려면

$g(x)$는 연속이므로 $g(2)=0$

⇔ $2a+1=0$

$\therefore a=-\dfrac{1}{2}$

Analysis

분수꼴도 역수가 곱해진 것으로 해석할 수 있다.

경향03 대표문제분석 014

14. [2016년 수능 (A)형 27번]

두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & (x\le a) \\ x^2-x & (x>a) \end{cases},\quad g(x)=x-(2a+7)$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 곱을 구하시오. [4점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

21

i) $f(x)$가 연속일 때

함수 $g(x)$가 연속이므로

함수 $f(x)$가 연속이면

함수 $f(x)g(x)$는 연속

$a^2-a=a+3$

$a^2-2a-3=0$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=3$

ii) $f(x)$가 $x=a$에서 불연속일 때

[스킬] 곱해진 함수의 연속 판단

함수 $g(x)$가 연속이므로 $g(a)=0$일 때

함수 $f(x)g(x)$는 연속

$g(a)=-a-7=0$

$\therefore a=-7$

$\therefore$ 모든 실수 a의 값의 곱은

$(-1)\cdot 3\cdot(-7)=21$

Analysis

'실수 전체의 집합에서 연속이 되도록'라는 조건이 나왔을 때, 정말로 실수 전체를 검증할 필요는 없다. '불연속이 생길 가능성'이 있는 지점만 검증하여 연속이 되도록 하면 된다.

경향 03 Minor Trend

경향03 대표문제분석 015

15. [2013년 수능 (나)형 20번]
두 함수

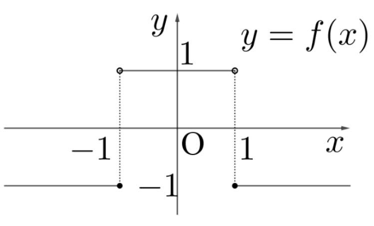
$$f(x)=\begin{cases}-1 & (|x|\ge 1)\\ 1 & (|x|<1)\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases}1 & (|x|\ge 1)\\ -x & (|x|<1)\end{cases}$$

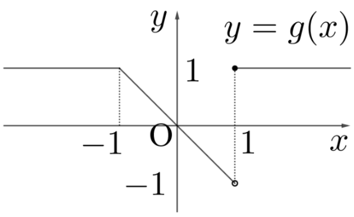
에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

[보 기]

O ㄱ. $\lim_{x\to1} f(x)g(x) = -1$
X ㄴ. 함수 $g(x+1)$은 $x=0$에서 연속이다.
O ㄷ. 함수 $f(x)g(x+1)$은 $x=-1$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ





Analysis

평행이동에 당황하지 말고 그래프 형태가 어떻게 될지를 떠올려보자.

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

ㄱ (참)

x	$f(x)$	×	$g(x)$		
$1-$	1	×	-1	=	-1
$1+$	-1	×	1	=	-1

$\therefore \lim_{x\to1-} f(x)g(x) = \lim_{x\to1+} f(x)g(x) = -1$

ㄴ (거짓)

함수 $g(x+1)$은 $g(x)$를 x축 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.
$g(x)$가 $x=1$에서 불연속이었으므로
$g(x+1)$는 $x=1-1=0$에서 불연속이다.

[다른 방법]

x	$x+1$	$g(x+1)$
0	1	1
$0-$	$1-$	-1
$0+$	$1+$	1

$\therefore \lim_{x\to0} g(x+1) \ne g(0+1)$

ㄷ (참)

[스킬] 곱해진 함수의 연속 판단
$f(x)g(x+1)$에서
$f(x)$는 $x=-1$에서 불연속이다.
$g(x+1)$는 $x=-1$에서 연속 & $g(-1+1)=g(0)=0$
$\therefore$ $f(x)g(x+1)$은 $x=-1$에서 연속이다.

[다른 방법]

x	$f(x)$	×	$g(x+1)$			$x+1$
-1	-1	×	0	=	0	0
$-1-$	-1	×	0	→	0	$0-$
$-1+$	$+1$	×	0	→	0	$0+$

$\therefore \lim_{x\to-1} f(x)g(x+1) = f(-1)g(-1+1)$

경향03 대표문제분석 016

16. [2014년 수능 (A)형 28번]
함수

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x \le 0) \\ -\dfrac{1}{2}x+7 & (x>0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)f(x-a)$가 $x=a$에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오.

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

13

$f(x)$는 $x=0$에서 불연속
⇔ $f(x-a)$는 $x-a=0$에서 불연속 $(x=a)$

$x=a\ne 0$일 때
[스킬] 곱해진 함수의 연속 판단
$f(x)$는 $x=a$에서 연속이므로 $f(a)=0$
$\therefore$ $a=-1$ or $a=14$
$\therefore$ 모든 실수 a의 값의 합
$-1+14=13$

[참고]
$x=a=0$일 때
$f(x)f(x-a)$

$$=\{f(x)\}^2=\begin{cases} (x+1)^2 & (x\le 0) \\ \left(-\dfrac{1}{2}x+7\right)^2 & (x>0) \end{cases}$$

$(x=0$ 대입$)$
$1^2 \ne 7^2$
$\therefore$ $x=a=0$에서 불연속

Analysis

앞 문제처럼 평행이동된 함수가 제시됐다.
함수 f가 두 번 사용됐다고 당황하지 말고 앞에서 한 것과 똑같이 풀면 된다.

경향 03 Minor Trend

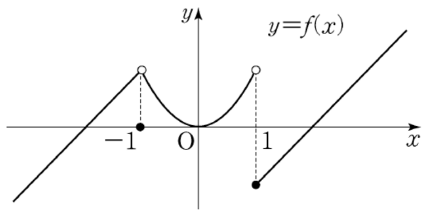
경향03 대표문제분석 017

17. [2011년 수능 (가)형 8번]

함수

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & (x<-1) \\ 0 & (x=-1) \\ x^2 & (-1<x<1) \\ x-2 & (x\geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]



[보 기]

O ㄱ. $\lim_{x\to 1+}\{f(x)+f(-x)\}=0$

O ㄴ. 함수 $f(x)-|f(x)|$ 가 불연속인 점은 1개다.

X ㄷ. 함수 $f(x)f(x-a)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되는 상수 a는 없다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수능수학 Big Data Analyst 김지석

수능한권 Prism 해설

ㄱ (참)

x	$f(x)$	$f(-x)$	$-x$
$1+$	-1	$+1$	$-1-$

$\therefore \lim_{x\to 1+}\{f(x)+f(-x)\}=0$

[참고] $x\to 1+$일 때, $-x\to -1-$인 이유

$x\to 1+$

$\Leftrightarrow$ $x=1+\alpha$ (α : 한없이 작은 양수)

$\Leftrightarrow$ $-x=-1-\alpha$

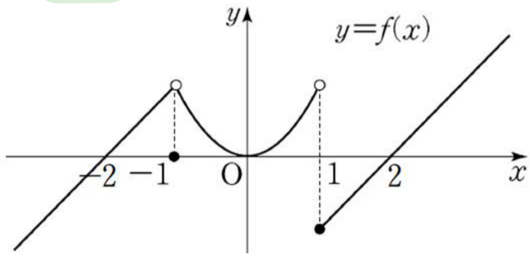
$\Leftrightarrow$ $-x\to -1-$

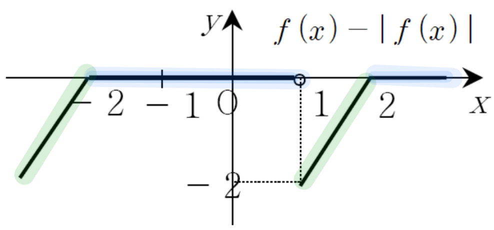
ㄴ (참)

$$f(x)-|f(x)|$$

$$=\begin{cases} f(x)-f(x) & (f(x)\geq 0) \\ f(x)-\{-f(x)\} & (f(x)<0) \end{cases}$$

$$=\begin{cases} 0 & (f(x)\geq 0) \\ 2f(x) & (f(x)<0) \end{cases}$$





Analysis

ㄷ이 상당한 고난도다. 이 문제를 해결할 수 있으려면 머릿속에서 동영상을 재생하듯 평행 이동된 정도에 따라 그래프 모습을 떠올려야 한다.

ㄷ (거짓)

[스킬] 곱해진 함수의 연속 판단

$a=-1,\ 1$일 때

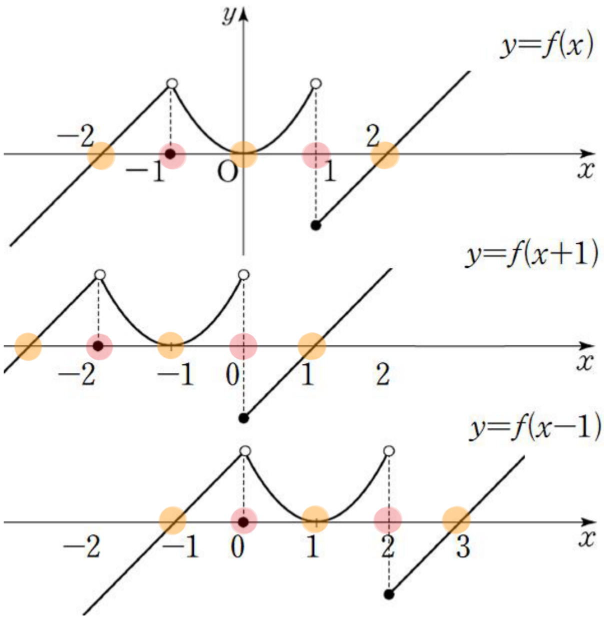
$f(x)$의 불연속인 지점과

$f(x-a)$의 연속이고 0인 지점이 곱해지고

$f(x-a)$의 불연속인 지점과

$f(x)$의 연속이고 0인 지점이 곱해져서

실수 전체에서 연속이 된다.



경향 03 Minor Trend

■ 연속판단 : 불연속X연속=연속 (2)

❖ $f(x)$에 무엇을 곱해야 연속이 될까?

①

$x \to 0$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x} & \to \pm\infty \\ 0 & \end{cases} \neq$$

②

$$x\,f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}\,x = 1 & \\ 0 & \end{cases} \neq$$

③

$x \to 0$

$$x^2 f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x^1}\,x^2 = x \to 0 & \\ 0 & \end{cases} =$$

❖ 결론

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x-a)^n} & (x \neq a) \\ A & (x=a)\end{cases}$$

$x=a$에서 $g(x)$는 연속일 때,
$f(x)g(x)$가 연속이려면
$g(x)=(x-a)^{n+1}h(x)$꼴

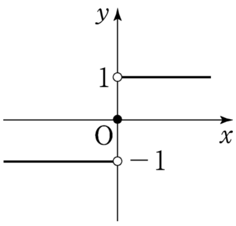
경향03 대표문제분석 018

18. [2006년 수능 (가)형 6번]
모든 실수에서 정의된 함수 $y=f(x)$에 대하여 함수 $y=x^k f(x)$가 $x=0$에서 연속이 되도록 하는 가장 작은 자연수 k를 $N(f)$로 나타내자. 예를 들어,

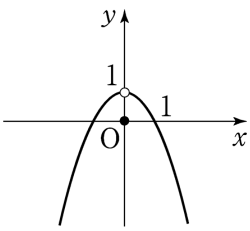
$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$이면 $N(f)=2$이다.

다음 함수 $g_i\,(i=1,\ 2,\ 3)$에 대하여 $N(g_i)=a_i$라 할 때, a_i의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? [3점]

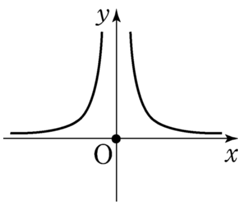
$$g_1(x)=\begin{cases} \dfrac{|x|}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$



$$g_2(x)=\begin{cases} -x^2+1 & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$



$$g_3(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x^2} & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$



① $a_1=a_2<a_3$　② $a_1<a_2=a_3$
③ $a_1=a_2=a_3$　④ $a_2=a_3<a_1$
⑤ $a_3<a_1=a_2$

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

i) $g_3(x)$
$g_3(x)$가 $x=0$에서 불연속이고
$x\to0$일 때 분모에 0으로 수렴하는 인수가 x^2이므로
$x^3 g_3(x)$이어야 연속이 된다.
$\therefore N(g_3)=3=a_3$

ii) $g_1(x)$, $g_2(x)$
$g_1(x)$, $g_2(x)$가 $x=0$에서 불연속이고
$x\to0$일 때 분모에 0으로 수렴하는 인수가 없으므로
$x^1 g_1(x)$, $x^1 g_2(x)$이면 연속이 된다.
$\therefore N(g_1)=1=a_1$, $N(g_2)=1=a_2$

$\therefore a_1=a_2<a_3$

[참고]
$g_1(x)$는 자칫 (분모)$\to0$인 것처럼 보이지만, 정리하면
$$g_1(x)=\begin{cases} 1 & (x>0) \\ -1 & (x<0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$
으로 (분모)$\to0$이 아닌 형태가 된다.

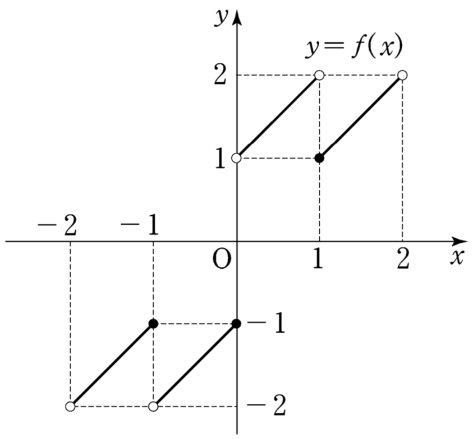
Analysis

곱해진 함수의 연속 판단에서도 응용된 형태. 비법의 결론만 단순 대입하려하지 말고 그 원리를 이해해야 이런 응용된 문제를 풀 수 있다.

경향 03 Minor Trend

경향03 대표문제분석 019

19. [2008년 수능 (가)형 8번]
개구간 $(-2,\ 2)$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같다.



개구간 $(-2,\ 2)$에서 함수 $g(x)$를
$g(x)=f(x)+f(-x)$로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

[보 기]

X ㄱ. $\lim_{x\to 0} f(x)$가 존재한다.

O ㄴ. $\lim_{x\to 0} g(x)$가 존재한다.

O ㄷ. 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

ㄱ. (거짓)

$\lim_{x\to 0-} f(x) \neq \lim_{x\to 0+} f(x)$

ㄴ. (참)

x	$f(x)$	$f(-x)$	$-x$
$0-$	-1	1	$0+$
$0+$	1	-1	$0-$

$\lim_{x\to 0-} g(x) = -1+1=0$

$\lim_{x\to 0+} g(x) = 1+(-1)=0$

$\therefore \lim_{x\to 0} g(x)$ 존재

ㄷ. (참)

x	$f(x)$	$f(-x)$	$-x$
1	1	-1	-1
$1-$	2	-2	$-1+$
$1+$	1	-1	$-1-$

$g(1)=1+(-1)=0$

$\lim_{x\to 1-} g(x) = 2+(-2)=0$

$\lim_{x\to 1+} g(x) = 1+(-1)=0$

$\therefore$ 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

Analysis

불연속인 함수만 제시됐을 경우 비법이고 뭐고 없다. 그냥 정의대로 풀어야 한다. 그래도 표를 활용해 표현을 단순화시키면 계산이 편해진다.

■ 합성함수의 연속판단 (연속∘불연속=연속)

❖ $f(x)$는 $x=a$에서 불연속이고
$g(x)$는 연속함수라 하자. 그러면

	$f(x)$
함수값	$f(a)=A$
좌극한	$\lim_{x\to a-} f(x)=B$
우극한	$\lim_{x\to a+} f(x)=C$

$g(x)$ 연속함수
$\lim_{x\to a-} g(f(x))=\lim_{X\to B} g(X)=g(B)$
$\lim_{f(x)\to B} g(f(x))=g(B)$
$\lim_{x\to a-} g(f(x))=g\left(\lim_{x\to a-} f(x)\right)$

※ $g(x)$가 불연속이면

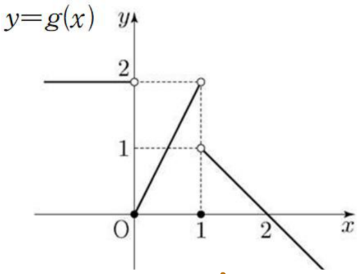
$\lim_{x\to a-} g(f(x))=\lim_{X\to B} g(X)\neq g(B)$

$\lim_{f(x)\to B} g(f(x))\neq g(B)$

$\lim_{x\to a-} g(f(x))\neq g\left(\lim_{x\to a-} f(x)\right)$ 일 수 있다.

【ex】

$f(x)=x-2$



$\lim_{x\to 3-} g(f(x))=$ $\lim_{X\to 1-} g(X)=2$

$g\left(\lim_{x\to 3-} f(x)\right)=$ $g(1)=0$

$\neq$

❖ $h(x)=g(f(x))$의 연속성

함수값	$h(a)=$	$g(f(a))$	$=g(A)$
좌극한	$\lim_{x\to a-} h(x)=$	$\lim_{x\to a-} g(f(x))=\lim_{X\to B} g(X)$	$=g(B)$
우극한	$\lim_{x\to a+} h(x)=$	$\lim_{x\to a+} g(f(x))=\lim_{X\to C} g(X)$	$=g(C)$

❖ 요약정리1

$g(f(a))=g(f(a))$

$\lim_{x\to a-} g(f(x))=g\left(\lim_{x\to a-} f(x)\right)$

$\lim_{x\to a+} g(f(x))=g\left(\lim_{x\to a+} f(x)\right)$

❖ 요약정리2

		불연속	연속
	x	$f(x)$	$g(f(x))$
함수값	a	A	$g(A)$
좌극한	$a-$	B	$g(B)$
우극한	$a+$	C	$g(C)$

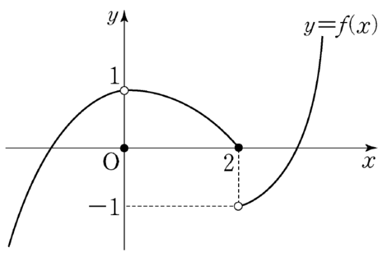
❖ 결론

	x	$g(f(x))$
함수값	a	$g(A)$
좌극한	$a-$	$=g(B)$
우극한	$a+$	$=g(C)$

경향 03 Minor Trend

경향03 대표문제분석 020

20. [2013년 수능 (가)형 15번]
실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같고, 삼차함수 $g(x)$는 최고차항의 계수가 1이고, $g(0)=3$이다. 합성함수 $(g \circ f)(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(3)$의 값은? [4점]



① 31 ② 30 ③ 29 ④ 28 ⑤ 27

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

합성함수 $(g \circ f)(x)$에서
속함수 $f(x)$가 $x=0$, $x=2$에서 불연속이고

$f(0)=0$, $\lim\limits_{x \to 0} f(x)=1$

$f(2)=\lim\limits_{x \to 2-} f(x)=0$, $\lim\limits_{x \to 2+} f(x)=-1$

겉함수 $g(x)$가 연속이다.
'연속∘불연속'꼴이므로 스킬을 적용하면

$\therefore\ g(-1)=g(0)=g(1)=3$

$\therefore\ g(x)=x(x-1)(x+1)+3$

$\therefore\ g(3)=3 \cdot 2 \cdot 4+3=27$

Analysis

합성함수의 연속 판단 문제이다. 곱해진 함수의 연속 판단보다 좀 더 구조가 복잡하다. 하지만 그 구조만 정확히 이해하고 비법을 터득하면 단숨에 풀 수 있다.

[다른 풀이1]

ⅰ) $x=0$에서 연속

$h(0)=g(f(0))=g(0)$

$\lim_{x\to 0-}h(x)=\lim_{x\to 0-}g(f(x))=\lim_{X\to 1-}g(X)=g(1)$

$\lim_{x\to 0+}h(x)=\lim_{x\to 0+}g(f(x))=\lim_{X\to 1-}g(X)=g(1)$

$\therefore\ g(0)=g(1)$

ⅱ) $x=2$에서 연속

$h(2)=g(f(2))=g(0)$

$\lim_{x\to 2-}h(x)=\lim_{x\to 2-}g(f(x))=\lim_{X\to 0+}g(X)=g(0)$

$\lim_{x\to 2+}h(x)=\lim_{x\to 2+}g(f(x))=\lim_{X\to -1+}g(X)=g(-1)$

$\therefore\ g(0)=g(-1)$

$\therefore\ g(-1)=g(0)=g(1)=3$

$\therefore\ g(x)=x(x-1)(x+1)+3$

$\therefore\ g(3)=3\cdot 2\cdot 4+3=27$

[다른 풀이2]

ⅰ) $x=0$에서 연속

x	$f(x)$	$g(f(x))$
0	0	$g(0)$
$0-$	$1-$	$g(1)$
$0+$	$1-$	$g(1)$

ⅱ) $x=2$에서 연속

x	$f(x)$	$g(f(x))$
2	0	$g(0)$
$2-$	$0+$	$g(0)$
$2+$	$-1+$	$g(-1)$

$\therefore\ g(-1)=g(0)=g(1)=3$

$\therefore\ g(x)=x(x-1)(x+1)+3$

$\therefore\ g(3)=3\cdot 2\cdot 4+3=27$

경향 03 Minor Trend

경향03 대표문제분석 021

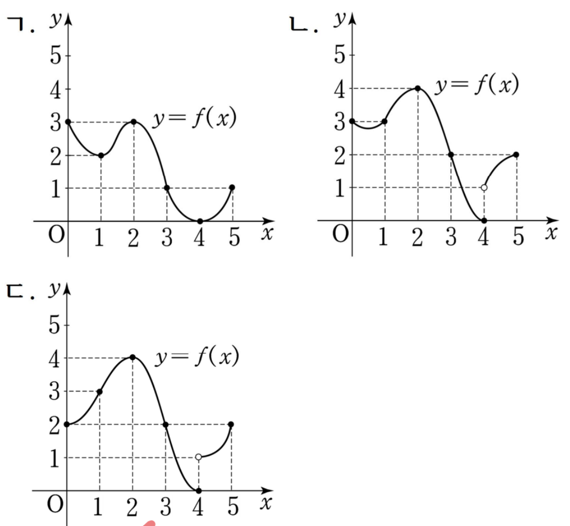
Killer

21. [2009년 수능 (가)형 9번]
폐구간 $[0,\ 5]$에서 정의된 함수 $y = f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \begin{cases} \{f(x)\}^2 & (0 \le x \le 3) \\ (f \circ f)(x) & (3 < x \le 5) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 폐구간 $[0,\ 5]$에서 연속이 되도록 하는 함수 $y = f(x)$의 그래프로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

[보 기]



① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$g(x)$가 연속임을 판단하려면
다음 3가지를 확인해야 한다.

① $\{f(x)\}^2$가 $0 \le x \le 3$에서 연속인가?
② $f(f(x))$가 $3 < x < 5$에서 연속인가?
③ $g(x)$가 $x = 3$에서 연속인가?
⇔ $g(3) = \lim_{x \to 3-} g(x) = \lim_{x \to 3+} g(x)$
⇔ $\{f(3)\}^2 = \lim_{x \to 3-} \{f(x)\}^2 = \lim_{x \to 3+} f(f(x))$

ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두
$f(x)$가 $0 \le x \le 3$에서 연속이므로
① $\{f(x)\}^2$가 $0 \le x \le 3$에서 연속이다.

ㄱ. (거짓)
① $\{f(x)\}^2$가 $0 \le x \le 3$에서 연속인가? Yes
② $f(f(x))$가 $3 < x < 5$에서 연속인가? Yes
$f(x)$가 연속함수이므로 $f(f(x))$도 연속일 수밖에 없다.
③ $g(x)$가 $x = 3$에서 연속인가? No

$\{f(3)\}^2 = \lim_{x \to 3-} \{f(x)\}^2 = 1^2$
$\lim_{x \to 3+} f(f(x)) = \lim_{X \to 1-} f(X) = 2$
$\neq$

Analysis

지금까지 배운 내용을 모두 물어보는 끝판왕 문제!
무작정 풀려고 하지 말고 앞에서 배운 것을 차근차근 적용해보자.

ㄴ. (참)

① $\{f(x)\}^2$가 $0 \le x \le 3$에서 연속인가? Yes

② $f(f(x))$가 $3 < x < 5$에서 연속인가? Yes

$x=4$에서 $f(x)$가 불연속이므로 조사해본다.

'연속∘불연속'꼴이므로 스킬을 적용하면

$f(0)=f(1)$이므로 연속

[다른 풀이]

x	$f(x)$	$f(f(x))$
4	0	3
$4-$	$0+$	3
$4+$	$1+$	3

③ $g(x)$가 $x=3$에서 연속인가? Yes

$\{f(3)\}^2 = \lim_{x\to 3-}\{f(x)\}^2 = 2^2$

$\lim_{x\to 3+} f(f(x)) = \lim_{X\to 2-} f(X) = 4$

=

ㄷ. (거짓)

① $\{f(x)\}^2$가 $0 \le x \le 3$에서 연속인가? Yes

② $f(f(x))$가 $3 < x < 5$에서 연속인가? No

$x=4$에서 $f(x)$가 불연속이므로 조사해본다.

'연속∘불연속'꼴이므로 스킬을 적용하면

$f(0) \ne f(1)$이므로 불연속

[다른 풀이]

x	$f(x)$	$f(f(x))$
4	0	2
$4-$	$0+$	2
$4+$	$1+$	3

③ $g(x)$가 $x=3$에서 연속인가? Yes

$\{f(3)\}^2 = \lim_{x\to 3-}\{f(x)\}^2 = 2^2$

$\lim_{x\to 3+} f(f(x) = \lim_{X\to 2-} f(X) = 4$

경향 03 Minor Trend

경향03 대표문제분석 022

22. [2023년 수능 (공통) 14번]

다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x)=\begin{cases} x & (x<-1 \text{ 또는 } x>1) \\ f(x) & (-1\le x\le 1)\end{cases}$$

함수 $h(x)=\lim_{t\to 0+} g(x+t)\times \lim_{t\to 2+} g(x+t)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

O ㄱ. $h(1)=3$

X ㄴ. 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

X ㄷ. 함수 $g(x)$가 닫힌구간 $[-1,\ 1]$에서 감소하고 $g(-1)=-2$이면 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 최솟값을 갖는다.

① ㄱ　　② ㄴ　　③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ　　⑤ ㄴ, ㄷ

수능수학 Big Data Analyst 김지석

수능한권 Prism 해설

$$h(x)=\lim_{t\to 0+} g(x+t)\times \lim_{t\to 2+} g(x+t)$$

$$=\lim_{z\to x+} g(z)\times \lim_{z\to x+2+} g(z)$$

i) $x<-1$

$$\lim_{z\to x+} g(z)=\lim_{z\to x+} z=x$$

ii) $-1\le x<1$

$$\lim_{z\to x+} g(z)=\lim_{z\to x+} f(z)=f(x)$$

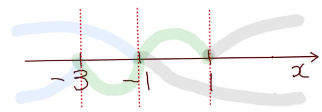
iii) $x\ge 1$

$$\lim_{z\to x+} g(z)=\lim_{z\to x+} z=x$$

$$\lim_{z\to x+} g(z)=\begin{cases} x & (x<-1) \\ f(x) & (-1\le x<1) \\ x & (x\ge 1)\end{cases}$$

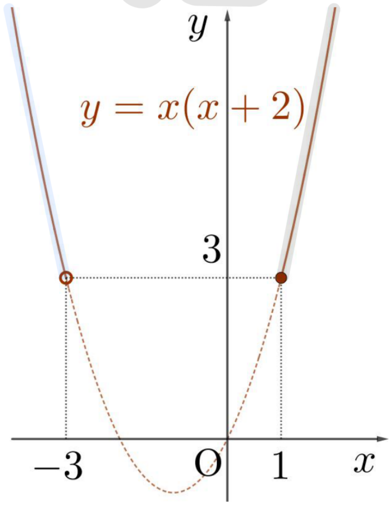
$$\lim_{z\to x+2+} g(z)=\begin{cases} x+2 & (x+2<-1) & \Leftrightarrow x<-3 \\ f(x+2) & (-1\le x+2<1) & \Leftrightarrow -3\le x<-1 \\ x+2 & (x+2\ge 1) & \Leftrightarrow x\ge -1\end{cases}$$

※ 범위



$$h(x)=\lim_{z\to x+} g(z)\times \lim_{z\to x+2+} g(z)$$

$$=\begin{cases} x\times(x+2) & (x<-3) \\ x\times f(x+2) & (-3\le x<-1) \\ f(x)\times(x+2) & (-1\le x<1) \\ x\times(x+2) & (x\ge 1)\end{cases}$$



ㄱ. (참)

$h(1)=1\times 3=3$

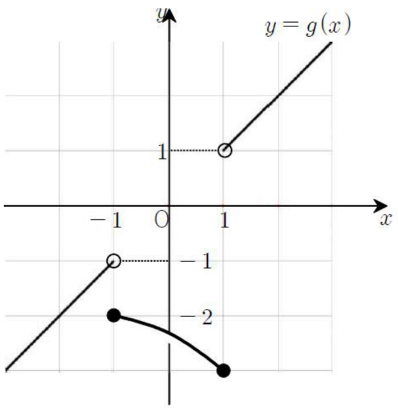
ㄴ. (거짓)

$h(-3)\neq 3$이면 함수 $h(x)$는 $x=-3$에서 불연속이다.

∴ 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이라 할 수 없다.

[반례] $f(x)=0$

ㄷ. (거짓)



각 구간별로 $h(x)$의 부호를 따져보면

$$h(x)=\begin{cases} x\times(x+2)>0 & (x<-3) \\ x\times f(x+2)>0 & (-3\le x<-1) \\ f(x)\times(x+2)<0 & (-1\le x<1) \\ x\times(x+2)>0 & (x\ge 1) \end{cases}$$

$-1\le x<1$에서만 $h(x)<0$이므로

최솟값이 있다면 $-1\le x<1$ 부분만 파악하면 된다.

최솟값이 있다면 극솟값이므로 미분을 해보자.

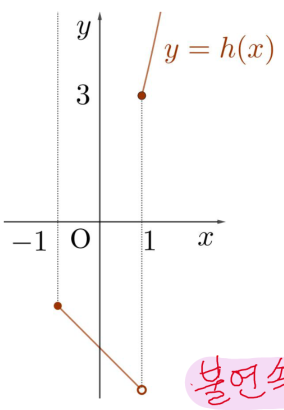
$h(x)=f(x)\times(x+2)$

$h'(x)=f'(x)\times(x+2)+f(x)<0$

$\ominus \quad \oplus \quad \ominus$

$-1<x<1$에서 함수 $h(x)$는 감소하고

$h(1)=3$이므로 $h(x)$는 최솟값을 갖지 않는다.



불연속!

Analysis

극한의 정의와 최대최소 정리의 개념에 대해 심도 깊게 이해해야만 풀 수 있는 문제다. 당시 수능에서 개념에 대한 본질적인 연구를 외면한 채 양치기 문제 풀이에만 매몰됐던 학생들이 크게 당황한 문제다.

■ 극한의 개념

수렴: 어떠한 변수가 어떤 일정한 수에 한없이 가까워지는 일

극한(값): 그 일정한 수. (변수의 값이 아님)

■ 함수의 수렴

함수 $f(x)$에서 x가 a가 아닌 값을 가지면서

a에 한없이 가까워 질 때,

$f(x)$의 값이 일정한 값 α에 한없이 가까워지면,

$f(x)$는 α에 수렴한다고 한다.

α를 $x=a$에서 $f(x)$의 극한값 또는 극한이라고 한다.

$$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$$

■ $x\to a$는 x의 값이 a에 한 없이 가까워짐을 뜻하므로 $x\neq a$이다.

■ 최대·최소의 정리

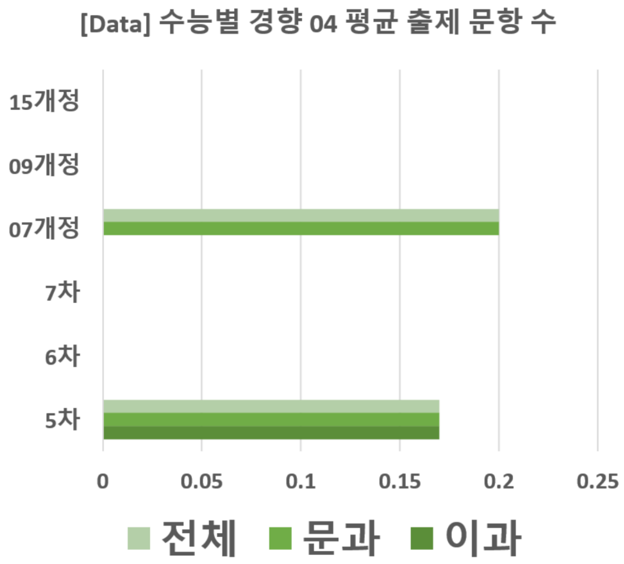
함수 $f(x)$가 폐구간 $[a,\ b]$에서 연속이면,

$f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 가진다.

경향 04 Minor Trend

경향04 수능 출제 난이도

경향04 수능별 데이터 (1)



COMMENT

출제 난이도를 봐, 신기하지. 3점 문항만 출제되었고 더욱이 지금껏 단 두 번(97수능/12수능)에서만 기습적으로 출제 되었던 경향이야. 별로 어렵지 않은데, 수험생들 중 상당수가 12수능에서 3점으로 출제된 도형의 극한 문제를 틀렸어. 단순히 도형에 관한 식을 세워서 계산만 하려들지 말고, '극한' 단원의 특수함에 맞추면 전혀 새로운 접근이 가능하다는 걸 익혀보자.

경향04 수능 출제 전망

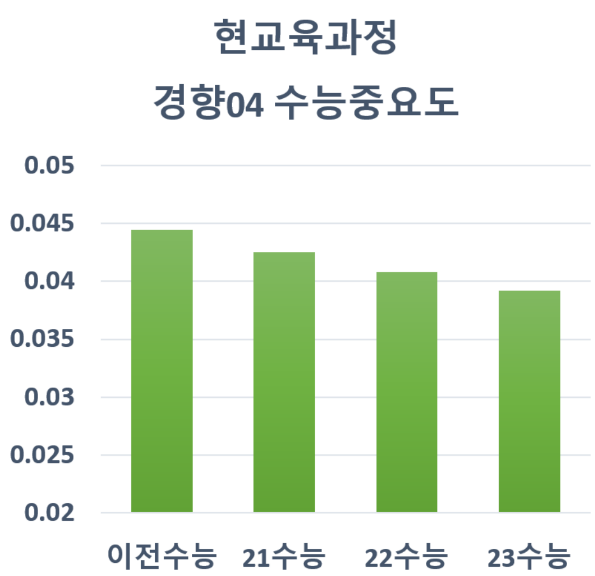
■□□□□

출제 가능성은 낮지만
기습 출제 가능

경향04 함수의 극한 단원 내 출제 비율

4.35%

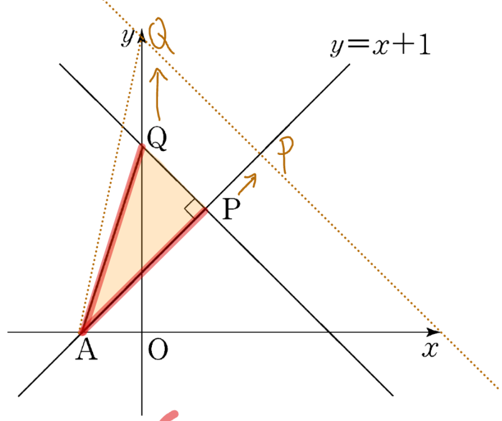
경향04 수능별 데이터 (2)



경향04 대표문제분석 023

23. [2012년 수능 (나)형 12번]
그림과 같이 직선 $y=x+1$ 위에 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$과 $\mathrm{P}(t,\ t+1)$이 있다. 점 P를 지나고 직선 $y=x+1$에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 Q라 할 때,

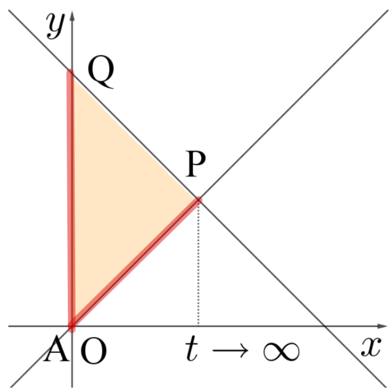
$\displaystyle\lim_{t\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{AQ}}^2}{\overline{\mathrm{AP}}^2}$의 값은? [3점]



① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$t\to\infty$일 때, 그래프 형태를 추론해보자.



△APQ는 직각이등변삼각형에 한없이 가까워진다.

$$\lim_{t\to\infty}\left(\frac{\overline{\mathrm{AQ}}}{\overline{\mathrm{AP}}}\right)^2=\sqrt{2}^2=2$$

[다른 방법]

Q는 직선 $y=x+1$에 수직인 직선 위에 있다. 따라서 기울기 곱이 -1임을 이용해보자.

P, Q를 지나는 직선을 l이라 하면

$l:y=-(x-t)+t+1$

$\therefore\ \mathrm{Q}(0,\ 2t+1)$

$$\therefore\ \lim_{t\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{AQ}}^2}{\overline{\mathrm{AP}}^2}=\lim_{t\to\infty}\frac{1^2+(2t+1)^2}{(t+1)^2+(t+1)^2}$$

$$=\lim_{t\to\infty}\frac{4t^2+4t+2}{2t^2+4t+2}=2$$

Analysis

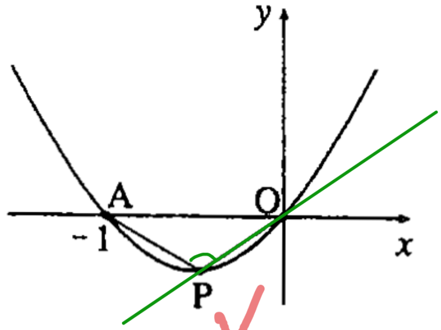
단순 계산으로도 풀 수는 있지만,
극한 상황에서 그래프 형태가 어떻게 생길지 추론을 하면 훨씬 빠르게 풀 수 있다.

경향 04 Minor Trend

경향04 대표문제분석 024

24. [1997년 수능 (인문) & (자연) 9번]

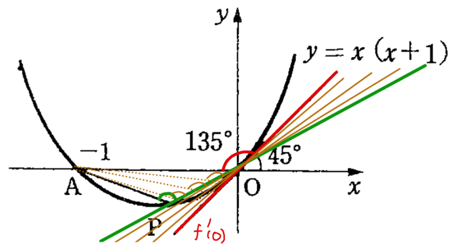
포물선 $y = x(x+1)$ 위에 점 $A(-1, 0)$이 있다. 점 P가 점 A에서 포물선을 따라 원점 O로 한없이 가까이 갈 때, $\angle APO$의 크기의 극한값은? [3점]



① 90° ② 120° ③ 135° ④ 150° ⑤ 180°

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

P가 O에 한없이 가까워질 때,
직선 OP의 기울기는 O에서의 접선의 기울기와 같아진다.
$f(x) = x(x+1)$이라 할 때 $f'(0) = 1$이므로



$\angle APO$의 극한값은 $135°$

[다른 풀이]

삼각형에서 변의 길이가 3개 주어져 있고,
각을 구해야 할 때는 코사인법칙을 이용한다.

$\overline{OP} = a$, $\overline{AP} = b$, $\angle APO = \theta$

코사인법칙에 의해

$$\cos\theta = \frac{a^2 + b^2 - 1}{2ab}$$

$P(t, t^2 + t)$이므로

$$\lim_{t \to 0} \cos\theta$$

$$= \lim_{t \to 0} \frac{\{t^2 + (t^2+t)^2\} + \{(t+1)^2 + (t^2+t)^2\} - 1^2}{2\sqrt{t^2 + (t^2+t)^2}\sqrt{(t+1)^2 + (t^2+t)^2}}$$

$$= \lim_{t \to 0} \frac{2t(t^3 + 2t^2 + 3t + 1)}{-2t(t+1)\sqrt{1+t^2}\sqrt{2+2t+t^2}}$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore\ \theta = 135°$

Analysis

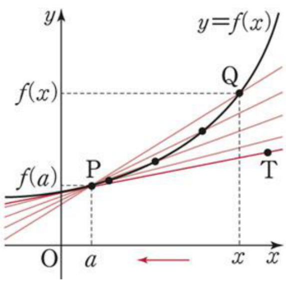
함수의 극한 단원의 근본 취지는 미분을 하기 위함이다.
함수의 극한과 미분의 연관성을 확연히 보여주는 좋은 문제. 미분계수의 개념을 활용해보자.

■ 미분계수

함수 $f(x)$의 $x=a$에서의

①미분계수 (순간변화율)

$$f'(a)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$
$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{a+\Delta x-a}$$
$$=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$



수능한권

WorkBook

수능수학 II

183문항

수학II 1. 함수의 극한 경향01 함수의 극한 기본계산

수능 2점

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

1. [2023년 수능 (공통) 2번]

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2}+3x}{x+5}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2}+3x}{x+5}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{1-\dfrac{2}{x^2}}+3}{1+\dfrac{5}{x}}$

$=\dfrac{\sqrt{1-0}+3}{1+0}=4$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

2. [2021년 수능 (나)형 3번]

$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2+2x-8}{x-2}$ 의 값은? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2+2x-8}{x-2}$

$=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{(x-2)(x+4)}{x-2}$

$=\lim\limits_{x\to2}(x+4)$

$=2+4=6$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

3. [2016년 수능 (A)형 3번]

$\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{(x+2)(x^2+5)}{x+2}$ 의 값은? [2점]

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{(x+2)(x^2+5)}{x+2}=\lim\limits_{x\to-2}(x^2+5)$

$=(-2)^2+5=9$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

4. [2010년 수능 (가)형 3번]

두 상수 a, b 에 대하여 $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{x+a}-b}{x-3}=\dfrac{1}{4}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [2점]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$x\to3$일 때

(분모) → 0이므로 (분자) → 0이어야 한다.

$\lim\limits_{x\to3}(\sqrt{x+a}-b)=0$에서 $\sqrt{3+a}-b=0$

$\therefore\ b=\sqrt{3+a}$

$\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{x+a}-\sqrt{3+a}}{x-3}$

$=\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x-3}{(x-3)(\sqrt{x+a}+\sqrt{3+a})}$

$=\lim\limits_{x\to3}\dfrac{1}{\sqrt{x+a}+\sqrt{3+a}}=\dfrac{1}{2\sqrt{3+a}}=\dfrac{1}{4}$

$2\sqrt{3+a}=4$에서 $\sqrt{3+a}=2$

$\therefore\ a=1$

$\therefore\ b=\sqrt{3+1}=2$이고 $a+b=3$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 OΔX					

5. [2007년 수능 (가)형 3번]

$\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x+3}-2}$의 값은? [2점]

① 7　② 8　③ 9　④ 10　⑤ 11

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x+3}-2}$

$=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1}$

$=2\cdot4=8$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 OΔX					

6. [2006년 수능 (가)형 3번]

두 상수 a, b가 $\lim_{x\to2}\frac{x^2-(a+2)x+2a}{x^2-b}=3$을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [2점]

① -6　② -4　③ -2　④ 0　⑤ 2

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$x\to2$일 때 (분자)→0이므로 (분모)→0이어야 한다.

$\lim_{x\to2}\frac{x^2-(a+2)x+2a}{x^2-b}=3$

$\therefore\ \lim_{x\to2}(x^2-b)=4-b=0$에서 $b=4$

$\therefore\ \lim_{x\to2}\frac{x^2-(a+2)x+2a}{x^2-b}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(x-a)}{(x-2)(x+2)}$

$=\lim_{x\to2}\frac{x-a}{x+2}=\frac{2-a}{2+2}=3$

$\therefore\ a=-10$

$\therefore\ a+b=-10+4=-6$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 OΔX					

7. [2004년 수능 (인문) & (자연) 26번]

$\lim_{x\to-2}\frac{2x+4}{\sqrt{x+11}-3}$의 값을 구하시오. [2점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

12

$\lim_{x\to-2}\frac{2x+4}{\sqrt{x+11}-3}$

$=\lim_{x\to-2}\frac{(2x+4)(\sqrt{x+11}+3)}{(\sqrt{x+11}-3)(\sqrt{x+11}+3)}$

$=\lim_{x\to-2}2(\sqrt{x+11}+3)=12$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 OΔX					

8. [2002년 수능 (인문) & (자연) 4번]

다음 식을 성립하게 하는 상수 a, b의 곱 ab의 값은? [2점]

$\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x^2+ax+b}=\frac{1}{3}$

① -3　② -2　③ 1　④ 2　⑤ 3

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$x\to1$일 때 (분자)→0 이므로 (분모)→0 이어야 한다.

$\lim_{x\to1}(x^2+ax+b)=1+a+b=0$

$\therefore\ b=-1-a$

$\therefore\ \lim_{x\to1}\frac{x-1}{x^2+ax+b}=\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x^2+ax-(1+a)}$

$=\lim_{x\to1}\frac{x-1}{(x-1)(x+1+a)}$

$=\lim_{x\to1}\frac{1}{(x+1+a)}=\frac{1}{a+2}=\frac{1}{3}$

$\therefore\ a=1\quad\therefore\ b=-2\quad\therefore\ ab=-2$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

9. [2001년 수능 (인문) 27번]

다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{8(x^4-1)}{(x^2-1)f(x)}=1$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [2점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

16

$$\lim_{x\to1}\frac{8(x^4-1)}{(x^2-1)f(x)}=1$$

$$\Leftrightarrow\ \lim_{x\to1}\frac{8(x^2-1)(x^2+1)}{(x^2-1)f(x)}=1$$

$$\lim_{x\to1}\frac{8(x^2+1)}{f(x)}=1$$

$$\therefore\ \frac{8(1^2+1)}{f(1)}=1 \quad \therefore\ f(1)=16$$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

10. [1999년 수능 (인문) 3번]

$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$의 값은? [2점]

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

✓

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+x}-1}{x}=\lim_{x\to0}\frac{(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1+x}+1)}{x(\sqrt{1+x}+1)}$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{1+x-1}{x(\sqrt{1+x}+1)}=\lim_{x\to0}\frac{1}{\sqrt{1+x}+1}$$

$$=\frac{1}{2}$$

수능 3점

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

11. [2018년 수능 (나)형 25번]

함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to1}(x+1)f(x)=1$을 만족시킬 때, $\lim_{x\to1}(2x^2+1)f(x)=a$이다. $20a$의 값을 구하시오. [3점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

30

$$\lim_{x\to1}(2x^2+1)f(x)=\lim_{x\to1}\left\{\frac{2x^2+1}{x+1}\times(x+1)f(x)\right\}$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{2x^2+1}{x+1}\times\lim_{x\to1}(x+1)f(x)$$

$$=\frac{3}{2}\times1=\frac{3}{2}$$

$$\therefore\ 20a=20\times\frac{3}{2}=30$$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

12. [2015년 수능 (A)형 22번]

$\lim_{x\to0}\frac{x(x+7)}{x}$의 값을 구하시오. [3점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

7

$$\lim_{x\to0}\frac{x(x+7)}{x}=\lim_{x\to0}(x+7)=7$$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

13. [2014년 수능 (A)형 22번]

$\lim_{x\to 0}\sqrt{2x+9}$ 의 값을 구하시오. [3점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

3

$\lim_{x\to 0}\sqrt{2x+9}=\sqrt{9}=3$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

14. [2013년 수능 (나)형 22번]

$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+3)}{x-2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

5

$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+3)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(x+3)=5$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

15. [2012년 수능 (나)형 22번]

$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+3x+7)}{x-1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

11

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+3x+7)}{x-1}$$
$$=\lim_{x\to 1}(x^2+3x+7)$$
$$=1+3+7=11$$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

16. [2005년 수능 (가)형 18번]

두 실수 a, b가 $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2+a}-b}{x-2}=\frac{2}{5}$를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

26

$x\to 2$일 때 (분모)$\to 0$ 이므로 (분자)$\to 0$ 이어야 한다.

$\therefore\ \sqrt{4+a}-b=0$

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2+a}-\sqrt{a+4}}{x-2}$$
$$=\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{(x-2)\left(\sqrt{x^2+a}+\sqrt{a+4}\right)}$$
$$=\lim_{x\to 2}\frac{x+2}{\sqrt{x^2+a}+\sqrt{a+4}}$$
$$=\frac{2}{\sqrt{a+4}}=\frac{2}{5}$$

$\therefore\ a=21,\ b=5$

$\therefore\ a+b=26$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

17. [1994년 수능 (2차) 2번]

서로 다른 두 실수 α, β에 대하여 $\alpha+\beta=1$일 때,

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x+\alpha^2}-\sqrt{x+\beta^2}}{\sqrt{4x+\alpha}-\sqrt{4x+\beta}}$의 값은?

① 1　② $\dfrac{1}{2}$　③ 2　④ $\dfrac{1}{4}$　⑤ 4

수능수학 Big Data Analyst 김지석

수능한권 Prism 해설

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{x+\alpha^2}-\sqrt{x+\beta^2}}{\sqrt{4x+\alpha}-\sqrt{4x+\beta}}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\sqrt{x+\alpha^2}-\sqrt{x+\beta^2}}{\sqrt{4x+\alpha}-\sqrt{4x+\beta}}\times\frac{\sqrt{x+\alpha^2}+\sqrt{x+\beta^2}}{\sqrt{4x+\alpha}+\sqrt{4x+\beta}}\times\frac{\sqrt{4x+\alpha}+\sqrt{4x+\beta}}{\sqrt{x+\alpha^2}+\sqrt{x+\beta^2}}\right)$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(\alpha^2-\beta^2)(\sqrt{4x+\alpha}+\sqrt{4x+\beta})}{(\alpha-\beta)(\sqrt{x+\alpha^2}+\sqrt{x+\beta^2})}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left\{(\alpha+\beta)\frac{\left(\sqrt{4+\frac{\alpha}{x}}+\sqrt{4+\frac{\beta}{x}}\right)}{\left(\sqrt{1+\frac{\alpha^2}{x}}+\sqrt{1+\frac{\beta^2}{x}}\right)}\right\}$$

$$=\frac{1\cdot(2+2)}{1+1}=2$$

수능 4점

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

18. [2020년 수능 (나)형 14번] 대표 문항

상수항과 계수가 모두 정수인 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 최댓값은? [4점]

(가) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)g(x)}{x^3}=2$

(나) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)g(x)}{x^2}=-4$

① 4　② 6　③ 8　④ 10　⑤ 12

수능수학 Big Data Analyst 김지석

수능한권 Prism 해설

해설 바로가기 ▶ 대표문항 2번

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

19. [2018년 수능 (나)형 18번] 대표 문항

최고차항의 계수가 1이고 $f(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to 2} \frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2} = \frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

해설 바로가기 ▶ 대표문항 3번

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

20. [2009년 수능 (가)형 11번] 대표 문항

다항함수 $f(x)$와 두 자연수 m, n이

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^m} = 1, \quad \lim_{x \to \infty} \frac{f'(x)}{x^{m-1}} = a$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^n} = b, \quad \lim_{x \to 0} \frac{f'(x)}{x^{n-1}} = 9$$

를 모두 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a, b는 실수이다.) [4점]

[보 기]

ㄱ. $m \geq n$ ㄴ. $ab \geq 9$

ㄷ. $f(x)$가 삼차함수이면 $am = bn$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

해설 바로가기 ▶ 대표문항 1번

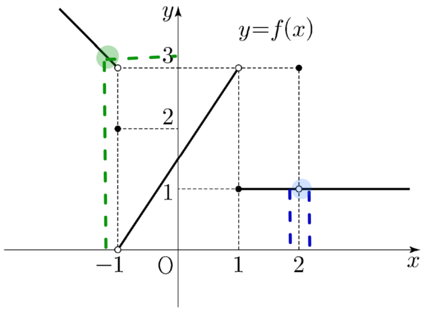
수학Ⅱ 1. 함수의 극한 경향02 함수의 극한 그래프

수능 3점

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

21. [2022년 수능 (공통) 4번]

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to-1-}f(x)+\lim\limits_{x\to2}f(x)$의 값은? [3점]

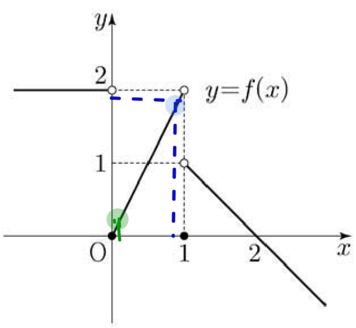
3 1

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

22. [2020년 수능 (나)형 8번]

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to0+}f(x)-\lim\limits_{x\to1-}f(x)$의 값은? [3점]

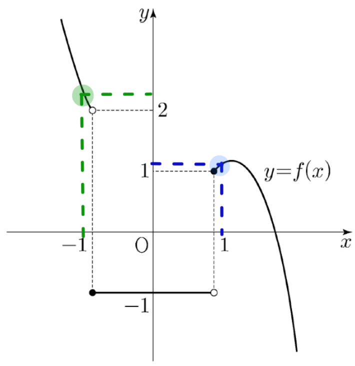
0 2

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

23. [2019년 수능 (나)형 7번]

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to-1-}f(x)-\lim\limits_{x\to1+}f(x)$의 값은? [3점]

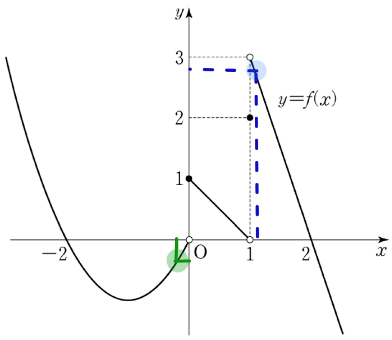
2 1

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

24. [2018년 수능 (나)형 5번]

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to0-}f(x)+\lim\limits_{x\to1+}f(x)$의 값은? [3점]

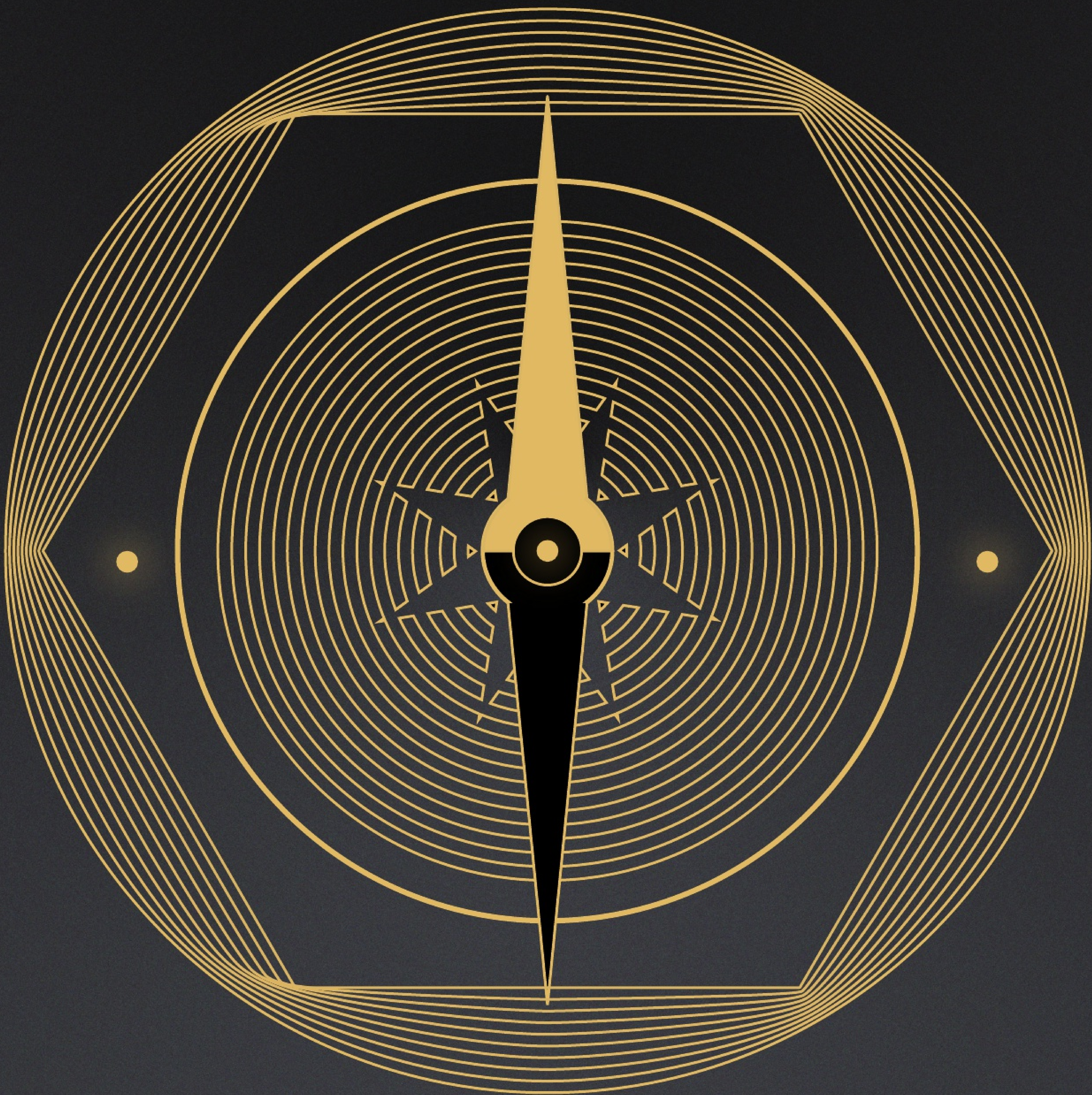
0 3

① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ 5

2024

수능한권



수II

김지석

수학 II

1. 함수의 극한

경향 01 함수의 극한 기본계산
경향 02 함수의 극한 그래프
경향 03 연속판단
경향 04 도형의 극한

1 극한의 개념

무한대: ∞ 한없이 커지는 상태를 나타내는 기호(수가 아님)
수렴: 어떠한 변수가 어떤 일정한 수에 한없이 가까워지는 일
발산: 수렴하지 않음
극한(값): 그 일정한 수. (변수의 값이 아님)

2 함수의 수렴 (1)

함수 $f(x)$에서 x가 한없이 커질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 α에 한없이 가까워지면, $f(x)$는 α에 수렴한다고 한다.

$$x \to \infty \text{일 때, } f(x) \to \alpha$$
$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \alpha$$

Comments “lim함수 값” 의 대한 이해

lim함수 값=목표값 이라고 이해해도 좋다.

3 함수의 수렴 (2)

함수 $f(x)$에서 x가 a가 아닌 값을 가지면서 a에 한없이 가까워 질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 α에 한없이 가까워 지면, $f(x)$는 α에 수렴한다고 한다. α를 $x=a$에서 $f(x)$의 극한값 또는 극한이라고 한다.

$$\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$$

■ $x \to a$ 는 x의 값이 a에 한 없이 가까워짐을 뜻하므로 $x \neq a$이다.

4 함수의 발산

함수 $f(x)$에서 x가 a가 아닌 값을 가지면서 a에 한없이 가까워 질 때,
$f(x)$의 절대 값이 한없이 커질 때 무한대로 발산한다고 한다.

$$\lim_{x\to a} f(x) = \begin{cases} \infty & \Rightarrow \text{양의무한대로 발산} \\ -\infty & \Rightarrow \text{음의무한대로 발산} \end{cases}$$

바꾸어도 성립한다!

■ $x \to a$ 를 $x\to a-$, $x\to a+$, $x\to\infty$, $x\to-\infty$ 로 바꾸어도 성립

5 좌극한과 우극한

$x \to a-$: x가 a보다 작으면서 a에 한없이 가까워진다.

$x \to a+$: x가 a보다 크면서 a에 한없이 가까워진다.

①좌극한 $\lim_{x\to a-} f(x) = \alpha$

x가 a보다 작으면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$가 일정한 값 α에 한없이 가까워진다.

②우극한 $\lim_{x\to a+} f(x) = \alpha$

x가 a보다 크면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$가 일정한 값 α에 한없이 가까워진다.

③극한값의 존재 ⇔ 좌극한과 우극한이 동일

$\lim_{x\to a} f(x) = \alpha \Leftrightarrow \lim_{x\to a+} f(x) = \lim_{x\to a-} f(x) = \alpha$

6 함수의 극한에 관한 성질

$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to a} g(x)=\beta$일 때,

①$\lim_{x\to a} cf(x)=c\lim_{x\to a} f(x)=c\alpha$ (단, c는 상수)

②$\lim_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}=\lim_{x\to a} f(x)+\lim_{x\to a} g(x)=\alpha+\beta$

③$\lim_{x\to a}\{f(x)-g(x)\}=\lim_{x\to a} f(x)-\lim_{x\to a} g(x)=\alpha-\beta$

④$\lim_{x\to a} f(x)g(x)=\lim_{x\to a} f(x)\lim_{x\to a} g(x)=\alpha\beta$

⑤$\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $\beta\neq 0$)

⑥$f(x)<g(x)$이면

$\lim_{x\to a} f(x)\le\lim_{x\to a} g(x)$이다.

⑦$f(x) < h(x) < g(x)$이고 $\alpha=\beta$ 이면 $\Rightarrow$ $\lim_{x\to a} h(x)=\alpha$이다

■ $x\to a$를 $x\to a-$, $x\to a+$, $x\to\infty$, $x\to-\infty$ 로 바꾸어도 성립

7 극한의 성질의 활용

①$\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\alpha$ 이고 $\lim_{x\to a} g(x)=0$ 이면 $\Rightarrow$ $\lim_{x\to a} f(x)=0$

②$\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\alpha\neq 0$ 이고 $\lim_{x\to a} f(x)=0$ 이면 $\Rightarrow$ $\lim_{x\to a} g(x)=0$

③$\lim_{x\to a} f(x)=\infty$ 이고 $\lim_{x\to a} f(x)g(x)=\alpha$ 이면 $\Rightarrow$ $\lim_{x\to a} g(x)=0$

8 함수의 극한 문제를 풀 때

부정꼴을 → 확정꼴로 바꿔야 한다.
식을 수렴하는 형태로 바꾸는 게 핵심!

① $\frac{\infty}{\infty}$: 분모 분자를 (최)고차항으로 나눈다.

② $\infty - \infty$: 최고차항으로 묶는다.

③ $\sqrt{\infty} - \infty$: 유리화

④ $\infty \times 0$: 통분, 인수분해, 약분

⑤ $\frac{0}{0}$: 약분

Comments "무작정 계산부터 하지말기, 보다 효과적인 접근법으로!"

$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^m} = a$ 꼴 → 최고차항을 알 수 있다. $\Leftrightarrow f(x) = ax^m + \cdots$

$\lim_{x \to \alpha} \frac{f(x)}{(x-\alpha)^n} = b$ 꼴 → 최저차항을 알 수 있다. $\Leftrightarrow f(x) = a(x-\alpha)^m + \cdots + b(x-\alpha)^n$

$\left(\because \lim_{x \to \alpha} \frac{f(x)}{(x-\alpha)^n} = \lim_{x \to \alpha} \{a(x-\alpha)^{m-n} + \cdots + b\} = b\right)$

9 연속의 정의

$f(x)$가 $x = a$에서 연속

① $f(a)$가 존재

② $\lim_{x \to a} f(x)$가 존재 $\left(\lim_{x \to a+} f(x) = \lim_{x \to a-} f(x)\right)$

③ $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

Comments "문제에서 '연속'이라는 조건을 볼 때 가장 먼저 생각해야 할 일"

문제에서 '연속'이라는 조건을 보고 "그래프가 이어져 있나보다" 정도로만 생각하면 곤란하다.
이는 전혀 수학적인 태도가 아니다. '연속'의 수학적 정의가 무엇이고, 어떤 형태의 식으로 표현되고,
그걸 문제에 어떻게 적용할지를 생각하려는 것이 수학적인 태도다.

10 연속함수의 뜻

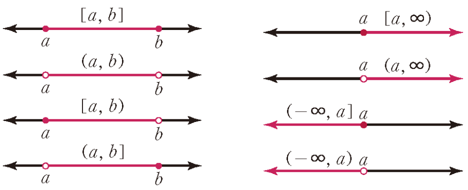
어떤 구간에 속하는 모든 점에서 연속일 때, 함수가 그 구간에서 연속 또는 연속함수라고 한다.

■ $[a,\ b]=\{x\,|\,a \le x \le b\}$ 닫힌 구간(폐구간)

$[a,\ b)=\{x\,|\,a \le x < b\}$ 반닫힌(열린) 구간

$(a,\ b]=\{x\,|\,a < x \le b\}$ 반닫힌(열린) 구간

$(a,\ b)=\{x\,|\,a < x < b\}$ 열린 구간(개구간)



■ $f(x)$: 폐구간 $[a, b]$에서 연속

① 개구간 $(a,\ b)$에서 연속

② $\lim_{x \to a+} f(x) = f(a)$, $\lim_{x \to b-} f(x) = f(b)$

11 연속함수의 성질

$f(x)$와 $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면, 다음 함수도 $x=a$에서 연속이다.

①$y=f(x) \pm g(x)$

②$y=cf(x)$ (단, c는 상수)

③$y=f(x)g(x)$

④$y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ $(g(a) \ne 0)$

Comments "연속함수의 성질에 대한 이해"

■ $f(x)$가 $x=a$에서 연속이고 $g(x)$가 $x=f(a)$에서 연속이면,
$g(f(x))$는 $x=a$에서 연속

■ $x=a$에서 $f(x)$는 불연속이고 $x=a$에서 $g(x)$는 연속일 때,
$f(x)g(x)$가 연속이려면 [$g(a)=0$]이다.

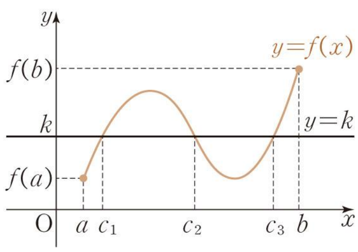
12 최대· 최소의 정리

함수 $f(x)$가 폐구간 $[a,\ b]$에서 연속이면,
$f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 가진다.

13 사잇값 정리

함수 $f(x)$가 폐구간 $[a,\ b]$에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$이면, $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여 다음을 만족시키는 c가 열린구간 $(a,\ b)$에 적어도 하나 존재한다.

$$f(c)=k$$

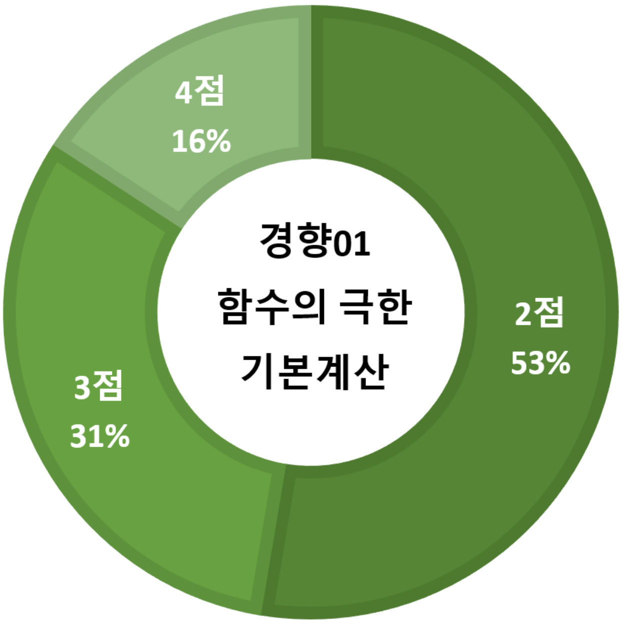


Comments "사잇값 정리의 실전적 활용"

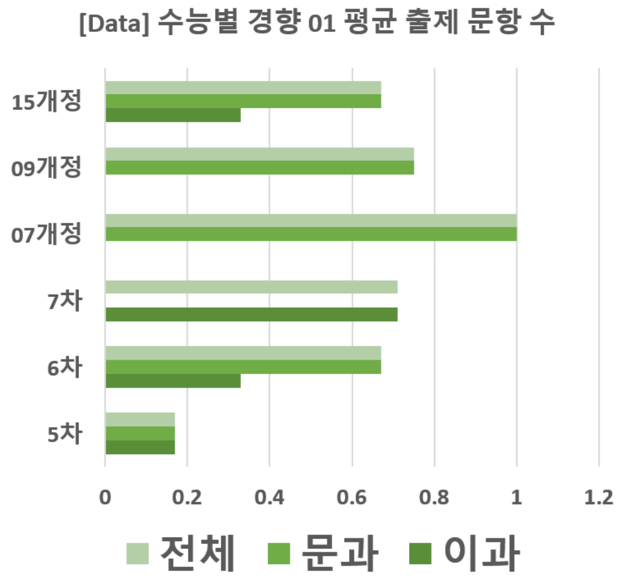
함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속이고 $f(a)\times f(b)<0$이면?
$\Rightarrow$ 방정식 $f(x)=0$의 근이 열린구간 $(a,\ b)$에 적어도 하나 존재

경향 01 Minor Trend

경향01 수능 출제 난이도



경향01 수능별 데이터 (1)



COMMENT

쉬운 계산 문제가 많이 나와. 종종 제법 난이도 있는 4점 문제도 출제된 바가 있는데 이때는 주로 미분 단원과 결합되어 나오지. 미분과 결합되어 나와도 문제의 형태가 언뜻 봐서는 그걸 눈치 채기 어려울 때가가 있어. 이를 알아보기 위해서는 함수의 극한 단원에서 미분 단원이 개념의 흐름이 어떻게 연결되는지 알고 있어야 해.

경향01 수능 출제 전망

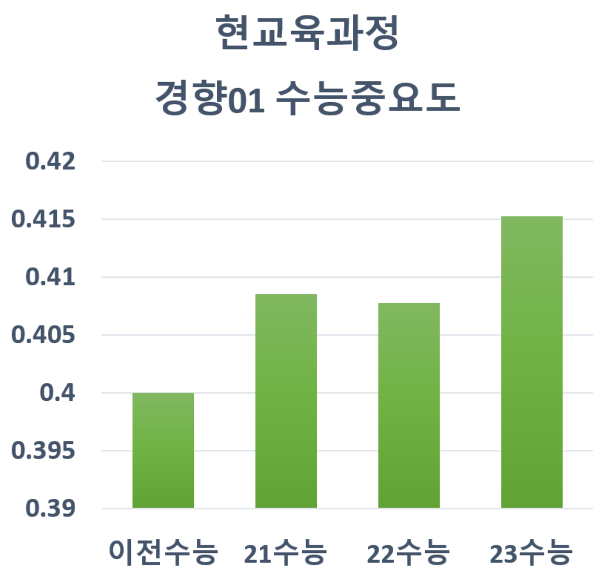
■■■■■□

출제 가능성 매우 높음

경향01 함수의 극한 단원 내 출제 비율

39.22%

경향01 수능별 데이터 (2)



경향01 대표문제분석 001

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

1. [2009년 수능 (가)형 11번]
다항함수 $f(x)$와 두 자연수 m, n이

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^m}=1,\quad \lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x^{m-1}}=a$$

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x^n}=b,\quad \lim_{x\to0}\frac{f'(x)}{x^{n-1}}=9$$

를 모두 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a, b는 실수이다.) [4점]

[보 기]

ㄱ. $m\ge n$　　　　ㄴ. $ab\ge 9$
ㄷ. $f(x)$가 삼차함수이면 $am=bn$이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Analysis

무작정 계산보다 효과적인 접근법이 있다.

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^m}=a$ 꼴 → 최고차항을 알 수 있다.

$\Leftrightarrow f(x)=ax^m+\cdots$

$\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)}{(x-\alpha)^n}=b$ 꼴 → 최저차항을 알 수 있다.

$\Leftrightarrow f(x)=a(x-\alpha)^m+\cdots+b(x-\alpha)^n$

$(\because \lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)}{(x-\alpha)^n}=\lim_{x\to\alpha}\{a(x-\alpha)^{m-n}+\cdots+b\}=b)$

경향 01 Minor Trend

경향01 대표문제분석 002

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

2. [2020년 수능 (나)형 14번]
상수항과 계수가 모두 정수인 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 최댓값은? [4점]

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)g(x)}{x^3} = 2$

(나) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)g(x)}{x^2} = -4$

① 4　② 6　③ 8　④ 10　⑤ 12

Analysis

문제 단서 중 '정수,' '다항함수' 조건을 간과하기 쉽다.
기계적으로 문제 풀던 관성으로 접근하면 풀리지 않는다.
조건 하나 하나 꼼꼼히 보고 이를 토대로 출제자의 의도를 추론하는 사고가 필요하다.

경향01 대표문제분석 003

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

3. [2018년 수능 (나)형 18번]
최고차항의 계수가 1이고 $f(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2}=\frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은? [4점]

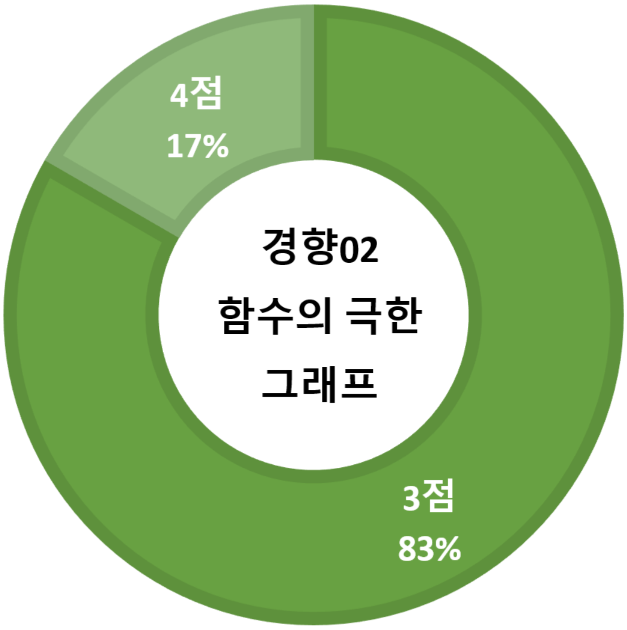
① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

Analysis

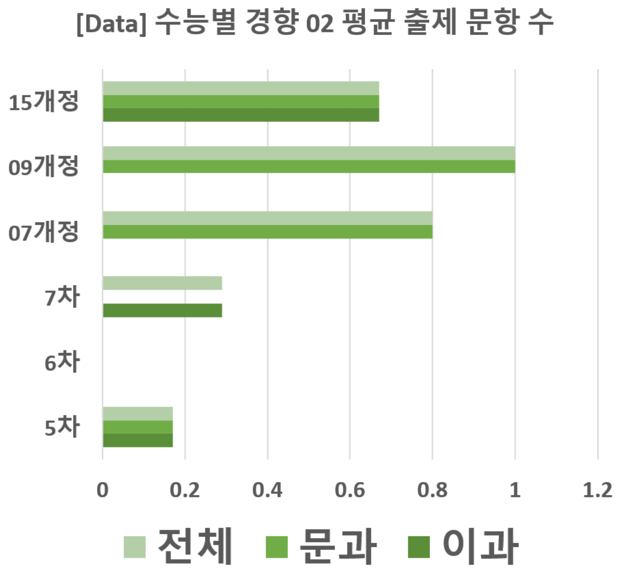
함수의 극한 연산으로 푸는 것도 가능하고
미분계수의 정의를 이용한 풀이도 가능하다.
두 가지 풀이 모두 익혀두는 게 좋다.

경향 02 Minor Trend

경향02 수능 출제 난이도



경향02수능별 데이터 (1)



COMMENT

5차, 7차 교육과정에는 제법 난이도 있는 문제가 출제됐으나, 2013~2020년에는 그래프에서 함숫값과 좌극한과 우극한만 볼 줄 알면 풀 수 있는 아주 기초적인 문제만 출제됐어. 하지만 방심은 금물! 재작년에는 94년도 문제와 비슷한 사고방식으로 요구하는 4점 문제가 출제됐어.

경향02 수능 출제 전망

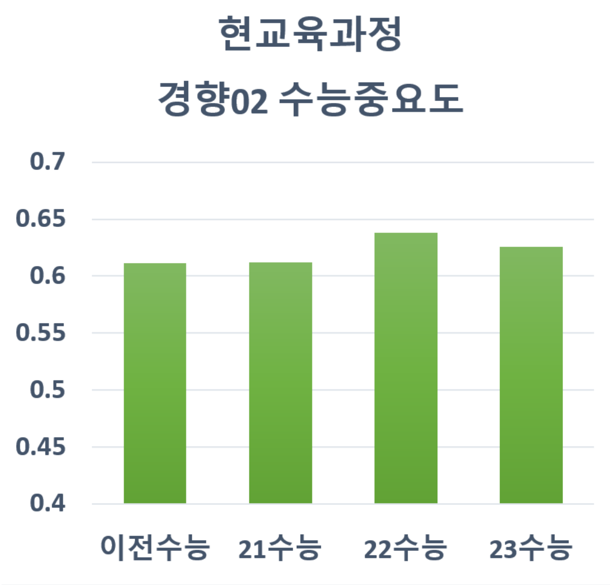
■■■□□

함수의 극한 문제 수가 축소되면서 출제 확률은 반반

경향02 함수의 극한 단원 내 출제 비율

25.49%

경향02 수능별 데이터 (2)



경향02 대표문제분석 004

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

4. [2010년 수능 (가)형 8번]
실수 a 에 대하여 집합
$\{x \mid ax^2+2(a-2)x-(a-2)=0,\ x\text{는 실수}\}$
의 원소의 개수를 $f(a)$ 라 할 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

[보 기]

ㄱ. $\lim_{a\to 0} f(a)=f(0)$

ㄴ. $\lim_{a\to c+} f(a) \neq \lim_{a\to c-} f(a)$ 인 실수 c 는 2 개다.

ㄷ. 함수 $f(a)$ 가 불연속인 점은 3 개이다.

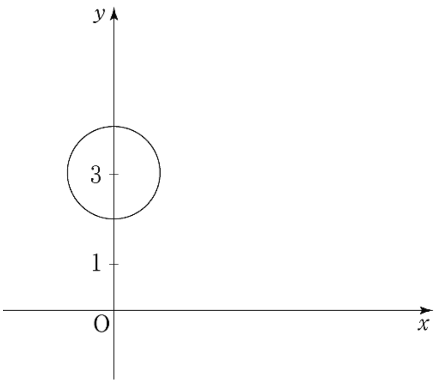
① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Analysis

'함수로 새로운 함수를 규정'하는 문제이다.
$f(a)$는 개수에 대한 함수이므로 계단형 그래프가 된다.
즉, 불연속점이 존재한다는 것을 참고하자.

경향02 대표문제분석 005

5. [2007년 수능 (가)형 9번]
좌표평면에서 중심이 $(0,\ 3)$이고 반지름의 길이가 1인 원을 C라 하자. 양수 r에 대하여 $f(r)$를 반지름의 길이가 r인 원 중에서, 원 C와 한 점에서 만나고 동시에 x축에 접하는 원의 개수라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]



[보 기]

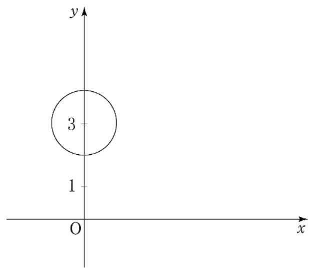
ㄱ. $f(2)=3$

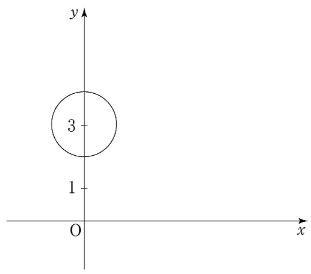
ㄴ. $\lim_{r\to 1+} f(r)=f(1)$

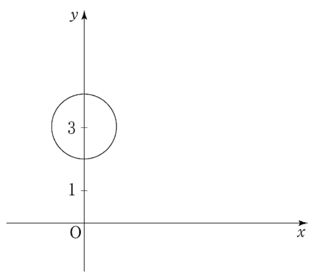
ㄷ. 구간 $(0,\ 4)$에서 함수 $f(r)$의 불연속점은 2개이다.

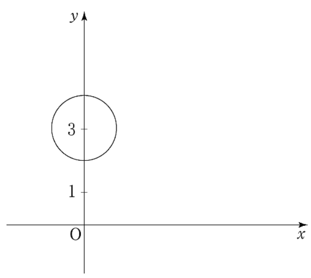
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

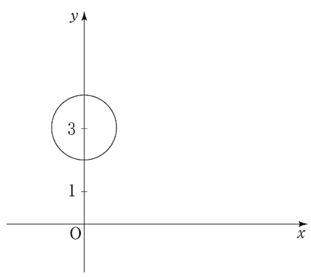
복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					











Analysis

"이 문제를 어떻게 풀지?"라고 생각하지 말고
"이 문제와 관련 있는 개념이 뭐지?"라고 생각하자.
[개념] 두 원이 접할 때는 외접과 내접 2가지가 있다.

경향02 대표문제분석 006

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

6. [1994년 수능 (1차) 11번]
모든 실수에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 <보기>에 있는 세 가지 조건을 만족시킨다.

[보 기]

가. $f(x)$는 연속함수이고
$f(x)=f(-x)$이다.
나. $|x|>5$이면 $f(x)=0$이다.
다. $|x|<5$이면 $|f(x)|\leqq 10$이고
$f(x)=10$이 되는 x는 오직 한 개 있다.

다음 중 옳지 않은 것은?
① $f(5)=f(-5)=0$이다.
② $f(x)$는 $x=0$일 때 최대이다.
③ $f(x)=5$가 되는 x는 두 개 이상 있다.
④ $f(x)$가 최소가 되는 x는 오직 한 개 있다.
⑤ 모든 실수 x에 대하여 $f(x+5)f(x-5)=0$

Analysis

한 문제에 여러 가지 개념을 물어보는 좋은 문제.
단순히 답만 내지 말고 각 선지마다 출제 의도와 관련된 개념이 무엇인지를 분석해보자.

경향 02 Minor Trend

경향02 대표문제분석 007

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

7. [2022년 수능 (공통) 12번]
실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\{f(x)\}^3 - \{f(x)\}^2 - x^2 f(x) + x^2 = 0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$의 최댓값이 1이고 최솟값이 0일 때, $f\left(-\frac{4}{3}\right)+f(0)+f\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은?
[4점]

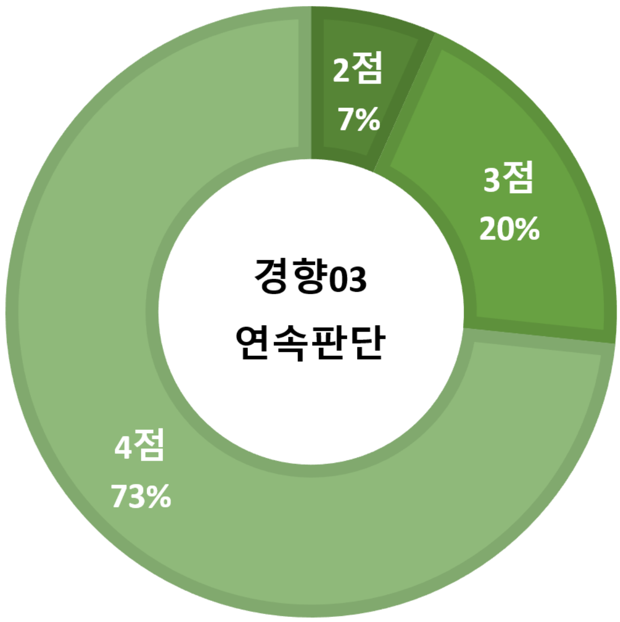
① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

Analysis

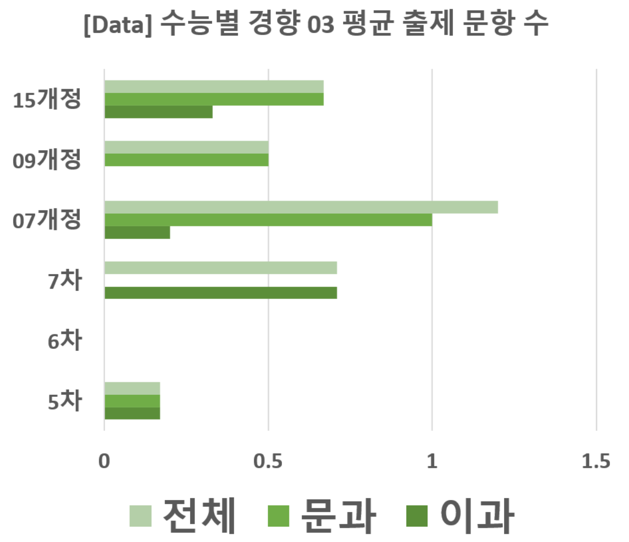
과하게 복잡해 보이는 식 때문에 많은 학생들이 당황했던 문제. 하지만 기출 분석을 잘 했다면 [2017년 수능 (나)형 30번](대표문제 83번)에서 정확히 똑같은 방식으로 다뤄야 하는 식이 제시되었다. 이미 나왔던 것도 제대로 공부하지 않고 아무거나 신유형이라고 당황하는 우를 범하지 말자.

경향 03 Minor Trend

경향03 수능 출제 난이도



경향03 수능별 데이터 (1)



COMMENT

함수의 극한 단원에서 4점 문제가 가장 많이 출제된 경향이야. 이 경향에서는 공통된 문제 풀이 패턴이 반복되기 때문에 접근법을 정확히 익혀두면 남들이 5분씩 걸려서 풀 문제를 5초 만에 해결하는 것도 가능해. 그만큼 투자한 만큼 많은 효과를 볼 수 있어. 지금까지 수능에 출제된 연속 판단의 모든 걸 이 책에 정리해 놨으니 걱정하지마!

경향03 수능 출제 전망

■■■■□

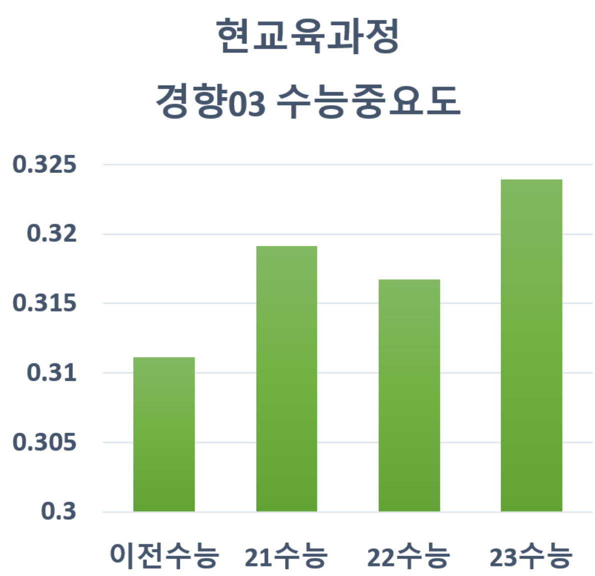
7년연속 출제[11수능~17수능]

20수능부터 퐁당퐁당 출제

경향03 함수의 극한 단원 내 출제 비율

31.37%

경향03 수능별 데이터 (2)



경향03 대표문제분석 008

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

8. [2015년 수능 (A)형 23번]

함수 $f(x)=\begin{cases} 2x+10 & (x<1) \\ x+a & (x\ge 1) \end{cases}$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

Analysis

함수의 연속 개념을 묻는 가장 기본적인 형태의 문제.
기계적으로 문제 푸는 방법은 다들 알지만, 정작 왜 그렇게 풀어야 하는지 모르는 친구들이 많다.

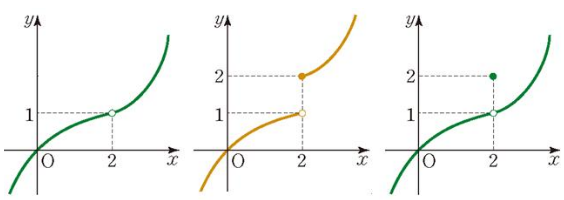
■ **$f(x)$가 $x=a$에서 연속**

①$f(a)$가 존재

②$\lim_{x\to a} f(x)$가 존재 ($\lim_{x\to a+} f(x)=\lim_{x\to a-} f(x)$)

③$\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$

① ② ③



경향 03 Minor Trend

경향03 대표문제분석 009

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

9. [2008년 수능 (가)형 3번]

함수

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+x-12}{x-3} & (x\neq 3)\\ a & (x=3)\end{cases}$$

가 모든 실수 x에서 연속일 때, a의 값은? [2점]

① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

경향03 대표문제분석 010

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

10. [2019년 수능 (나)형 21번]
최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여
> $f(x)g(x)=x(x+3)$이다.
> (나) $g(0)=1$

$f(1)$이 자연수일 때, $g(2)$의 최솟값은? [4점]

① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{5}{17}$

Analysis

문제에서 '연속'이라는 조건을 보고
"그래프가 이어져 있나보다" 정도로만 생각하면 곤란하다.
이는 전혀 수학적인 태도가 아니다.
'연속'의 수학적 정의가 무엇이고, 어떤 형태의 식으로 표현되고, 그걸 이 문제에 어떻게 적용할지를 생각하려는 것이 수학적인 태도다.

■ 연속함수의 성질

$f(x)$와 $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면,
다음 함수도 $x=a$에서 연속이다.
①$y=f(x)\pm g(x)$
②$y=cf(x)$ (단, c는 상수)
③$y=f(x)g(x)$
④$y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ $(g(a)\neq 0)$

경향 03 Minor Trend

■ 연속판단 빠르게 하는 표 그리기

	x	$f(x)$	$g(x)$
함수값	a		
좌극한	$a-$		
우극한	$a+$		

■ 곱해진 함수의 연속 판단 (불연속X연속=연속)

❖ $x=a$에서 $f(x)$는 불연속이고
$x=a$에서 $g(x)$는 연속이라 하자. 그러면

	$f(x)$	$g(x)$
함수값	$f(a)=A$	$g(a)$
좌극한	$\lim_{x\to a-} f(x)=B$	$\lim_{x\to a-} g(x)=g(a)$
우극한	$\lim_{x\to a+} f(x)=C$	$\lim_{x\to a+} g(x)=g(a)$

❖ $h(x)=f(x)g(x)$의 연속성

함수값	$h(a)=\quad f(a)g(a)=\quad f(a)g(a)$	$=Ag(a)$
좌극한	$\lim_{x\to a-} h(x)=\lim_{x\to a-} f(x)g(x)=\lim_{x\to a-} f(x)\lim_{x\to a-} g(x)$	$=Bg(a)$
우극한	$\lim_{x\to a+} h(x)=\lim_{x\to a+} f(x)g(x)=\lim_{x\to a+} f(x)\lim_{x\to a+} g(x)$	$=Cg(a)$

❖ 요약정리

		불연속	연속
	x	$f(x)$	$g(x)$
함수값	a	A	$g(a)$
좌극한	$a-$	B	$g(a)$
우극한	$a+$	C	$g(a)$

❖ 결론

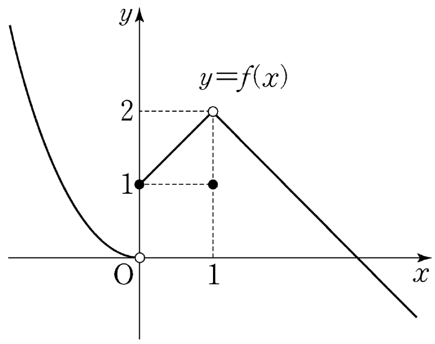
$x=a$에서 $f(x)$는 불연속이고
$x=a$에서 $g(x)$는 연속일 때,
$f(x)g(x)$가 연속이려면 [ ]이다.

경향03 대표문제분석 011

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

11. [2012년 수능 (나)형 18번]

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



[보 기]

ㄱ. $\lim_{x\to 0+} f(x) = 1$

ㄴ. $\lim_{x\to 1} f(x) = f(1)$

ㄷ. 함수 $(x-1)f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Analysis

곱해진 함수의 연속 판단은 함수의 극한 고난도 문제에서 가장 자주 출제되는 주제이다.

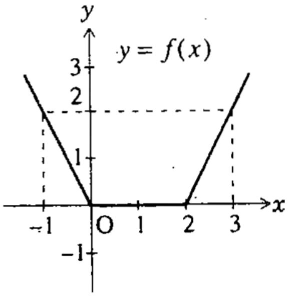
기본적인 풀이와 비법을 활용한 풀이에 소요되는 시간 차이가 어마어마하니 꼭 비법을 알고 있어야 한다.

경향 03 Minor Trend

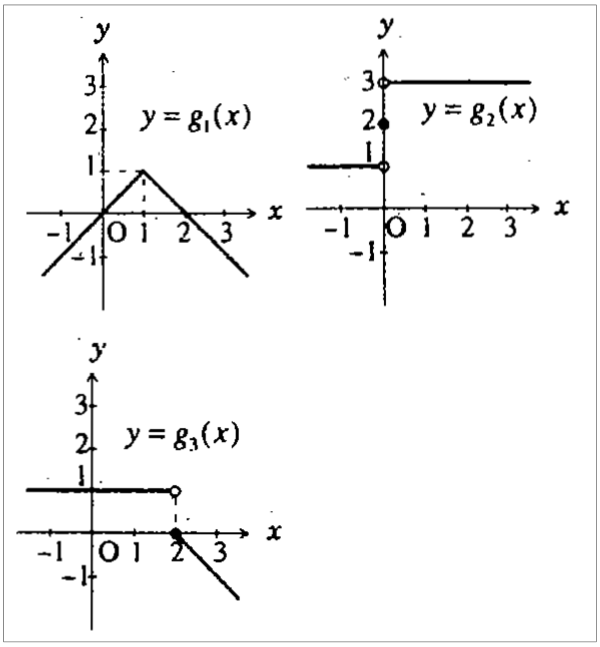
경향03 대표문제분석 012

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

12. [1996년 수능 (인문) & (자연) 9번]
함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같이 주어져 있다.



아래의 그래프로 각각 주어진 함수 $y=g_1(x)$, $y=g_2(x)$, $y=g_3(x)$ 중에서 $f(x)$와 곱하여 얻어지는 함수 $y=f(x)g_k(x)$ $(k=1,\ 2,\ 3)$ 이 구간 $[-1,\ 3]$에서 연속이 되는 $g_k(x)$를 모두 고르면? 1점]



① $g_1(x)$ ② $g_2(x)$
③ $g_1(x)$, $g_2(x)$ ④ $g_1(x)$, $g_3(x)$
⑤ $g_1(x)$, $g_2(x)$, $g_3(x)$

Analysis

곱해진 함수의 연속 판단 비법을 특정 지점뿐만 아니라 구간일 때도 적용할 수 있어야 한다.

경향03 대표문제분석 013

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

13. [2017년 수능 (나)형 14번]

두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+6 & (x<2) \\ 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

$$g(x)=ax+1$$

에 대하여 함수 $\frac{g(x)}{f(x)}$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① $-\frac{5}{4}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

Analysis

분수꼴도 역수가 곱해진 것으로 해석할 수 있다.

경향 03 Minor Trend

경향03 대표문제분석 014

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

14. [2016년 수능 (A)형 27번]

두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & (x \le a) \\ x^2-x & (x > a) \end{cases},\quad g(x)=x-(2a+7)$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 곱을 구하시오. [4점]

Analysis

'실수 전체의 집합에서 연속이 되도록'라는 조건이 나왔을 때, 정말로 실수 전체를 검증할 필요는 없다. '불연속이 생길 가능성'이 있는 지점만 검증하여 연속이 되도록 하면 된다.

경향03 대표문제분석 015

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

15. [2013년 수능 (나)형 20번]
두 함수

$$f(x)=\begin{cases}-1 & (|x|\geq 1)\\ 1 & (|x|<1)\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases}1 & (|x|\geq 1)\\ -x & (|x|<1)\end{cases}$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x\to 1} f(x)g(x)=-1$
ㄴ. 함수 $g(x+1)$은 $x=0$에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $f(x)g(x+1)$은 $x=-1$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Analysis

평행이동에 당황하지 말고 그래프 형태가 어떻게 될지를 떠올려보자.

경향 03 Minor Trend

경향03 대표문제분석 016

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

16. [2014년 수능 (A)형 28번]

함수

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x \le 0) \\ -\dfrac{1}{2}x+7 & (x > 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)f(x-a)$가 $x=a$에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오.

Analysis

앞 문제처럼 평행이동된 함수가 제시됐다.
함수 f가 두 번 사용됐다고 당황하지 말고 앞에서 한 것과 똑같이 풀면 된다.

경향03 대표문제분석 017

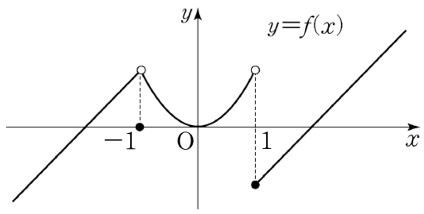
복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

17. [2011년 수능 (가)형 8번]

함수

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & (x<-1) \\ 0 & (x=-1) \\ x^2 & (-1<x<1) \\ x-2 & (x\geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]



[보 기]

ㄱ. $\lim_{x\to 1+}\{f(x)+f(-x)\}=0$

ㄴ. 함수 $f(x)-|f(x)|$가 불연속인 점은 1개다.

ㄷ. 함수 $f(x)f(x-a)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되는 상수 a는 없다.

① ㄱ ② ㄱ,ㄴ ③ ㄱ,ㄷ
④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

Analysis

ㄷ이 상당한 고난도다. 이 문제를 해결할 수 있으려면 머릿속에서 동영상을 재생하듯 평행 이동된 정도에 따라 그래프 모습을 떠올려야 한다.

경향 03 Minor Trend

■ 연속판단 : 불연속X연속=연속 (2)

❖ $f(x)$에 무엇을 곱해야 연속이 될까?

①

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x} \\ 0 \end{cases}$$

②

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x} \\ 0 \end{cases}$$

③

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x} \\ 0 \end{cases}$$

❖ 결론

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{(x-a)^n} & (x\neq a) \\ A & (x=a) \end{cases}$$

$x=a$에서 $g(x)$는 연속일 때,
$f(x)g(x)$가 연속이려면
$g(x)=(x-a)^{n+1}h(x)$꼴

경향03 대표문제분석 018

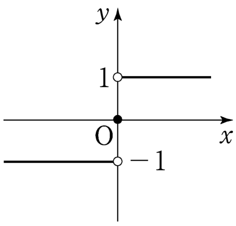
복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

18. [2006년 수능 (가)형 6번]
모든 실수에서 정의된 함수 $y=f(x)$에 대하여 함수 $y=x^k f(x)$가 $x=0$에서 연속이 되도록 하는 가장 작은 자연수 k를 $N(f)$로 나타내자. 예를 들어,

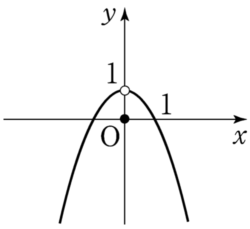
$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$이면 $N(f)=2$이다.

다음 함수 $g_i\ (i=1,\ 2,\ 3)$에 대하여 $N(g_i)=a_i$라 할 때, a_i의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? [3점]

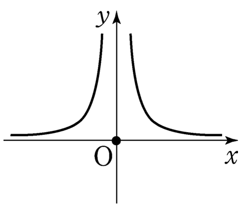
$g_1(x)=\begin{cases} \dfrac{|x|}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$



$g_2(x)=\begin{cases} -x^2+1 & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$



$g_3(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x^2} & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$



① $a_1=a_2<a_3$ ② $a_1<a_2=a_3$
③ $a_1=a_2=a_3$ ④ $a_2=a_3<a_1$
⑤ $a_3<a_1=a_2$

Analysis

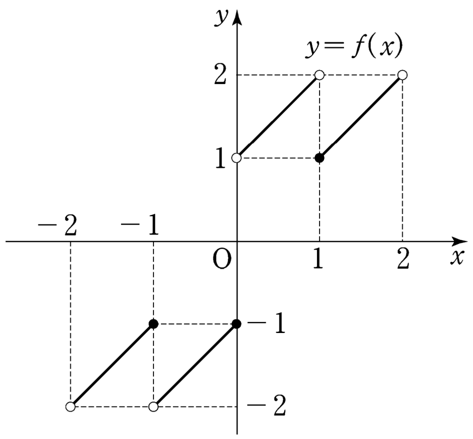
곱해진 함수의 연속 판단에서도 응용된 형태. 비법의 결론만 단순 대입하려하지 말고 그 원리를 이해해야 이런 응용된 문제를 풀 수 있다.

경향 03 Minor Trend

경향03 대표문제분석 019

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

19. [2008년 수능 (가)형 8번]
개구간 $(-2,\ 2)$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같다.



개구간 $(-2,\ 2)$에서 함수 $g(x)$를
$g(x)=f(x)+f(-x)$로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x\to 0} f(x)$가 존재한다.

ㄴ. $\lim_{x\to 0} g(x)$가 존재한다.

ㄷ. 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

Analysis

불연속인 함수만 제시됐을 경우 비법이고 뭐고 없다. 그냥 정의대로 풀어야 한다. 그래도 표를 활용해 표현을 단순화시키면 계산이 편해진다.

■ 합성함수의 연속판단 (연속∘불연속=연속)

❖ $f(x)$는 $x=a$에서 불연속이고 $g(x)$는 연속함수라 하자. 그러면

	$f(x)$
함수값	$f(a)=A$
좌극한	$\lim\limits_{x\to a-} f(x)=B$
우극한	$\lim\limits_{x\to a+} f(x)=C$

$g(x)$ 연속함수
$\lim\limits_{x\to a-} g(f(x))=\lim\limits_{X\to B} g(X)=g(B)$
$\lim\limits_{f(x)\to B} g(f(x))=g(B)$
$\lim\limits_{x\to a-} g(f(x))=g\left(\lim\limits_{x\to a-} f(x)\right)$

※ $g(x)$가 불연속이면

$\lim\limits_{x\to a-} g(f(x))=\lim\limits_{X\to B} g(X)\neq g(B)$

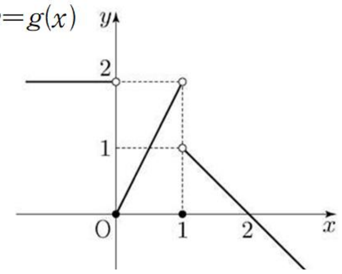
$\lim\limits_{f(x)\to B} g(f(x))\neq g(B)$

$\lim\limits_{x\to a-} g(f(x))\neq g\left(\lim\limits_{x\to a-} f(x)\right)$ 일 수 있다.

【ex】

$f(x)=x-2$

$y=g(x)$



$\lim\limits_{x\to 3-} g(f(x))=$

$g\left(\lim\limits_{x\to 3-} f(x)\right)=$

❖ $h(x)=g(f(x))$의 연속성

함수값	$h(a)=g(f(a))$	$=g(A)$
좌극한	$\lim\limits_{x\to a-} h(x)=\lim\limits_{x\to a-} g(f(x))=\lim\limits_{X\to B} g(X)$	$=g(B)$
우극한	$\lim\limits_{x\to a+} h(x)=\lim\limits_{x\to a+} g(f(x))=\lim\limits_{X\to C} g(X)$	$=g(C)$

❖ 요약정리1

$g(f(a))=g(f(a))$

$\lim\limits_{x\to a-} g(f(x))=g\left(\lim\limits_{x\to a-} f(x)\right)$

$\lim\limits_{x\to a+} g(f(x))=g\left(\lim\limits_{x\to a+} f(x)\right)$

❖ 요약정리2

		불연속	연속
	x	$f(x)$	$g(f(x))$
함수값	a	A	$g(A)$
좌극한	$a-$	B	$g(B)$
우극한	$a+$	C	$g(C)$

❖ 결론

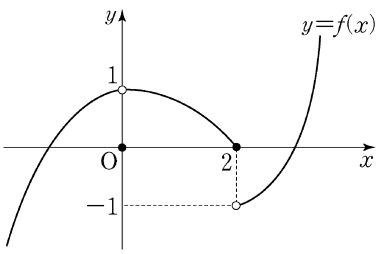
	x	$g(f(x))$
함수값	a	
좌극한	$a-$	
우극한	$a+$	

경향 03 Minor Trend

경향03 대표문제분석 020

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

20. [2013년 수능 (가)형 15번]
실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같고, 삼차함수 $g(x)$는 최고차항의 계수가 1이고, $g(0)=3$이다. 합성함수 $(g \circ f)(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(3)$의 값은? [4점]



① 31　② 30　③ 29　④ 28　⑤ 27

Analysis

합성함수의 연속 판단 문제이다. 곱해진 함수의 연속 판단보다 좀 더 구조가 복잡하다. 하지만 그 구조만 정확히 이해하고 비법을 터득하면 단숨에 풀 수 있다.

경향03 대표문제분석 021

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

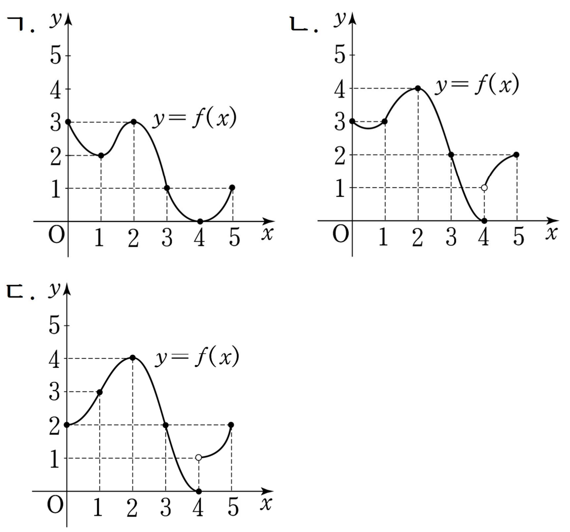
Killer

21. [2009년 수능 (가)형 9번]
폐구간 $[0,\ 5]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}\{f(x)\}^2 & (0\le x\le 3)\\ (f\circ f)(x) & (3<x\le 5)\end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 폐구간 $[0,\ 5]$에서 연속이 되도록 하는 함수 $y=f(x)$의 그래프로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

[보 기]



① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ　④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄴ, ㄷ

Analysis

지금까지 배운 내용을 모두 물어보는 끝판왕 문제!
무작정 풀려고 하지 말고 앞에서 배운 것을 차근차근 적용해보자.

경향 03 Minor Trend

경향03 대표문제분석 022

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

22. [2023년 수능 (공통) 14번]
다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x)=\begin{cases} x & (x<-1 \text{ 또는 } x>1) \\ f(x) & (-1\le x\le 1) \end{cases}$$

함수 $h(x)=\lim_{t\to 0+} g(x+t)\times \lim_{t\to 2+} g(x+t)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ. $h(1)=3$
ㄴ. 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $g(x)$가 닫힌구간 $[-1,\ 1]$에서 감소하고 $g(-1)=-2$이면 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 최솟값을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

Analysis

극한의 정의와 최대최소 정리의 개념에 대해 심도 깊게 이해해야만 풀 수 있는 문제다. 당시 수능에서 개념에 대한 본질적인 연구를 외면한 채 양치기 문제 풀이에만 매몰됐던 학생들이 크게 당황한 문제다.

■ 극한의 개념

수렴: 어떠한 변수가 어떤 일정한 수에 한없이 가까워지는 일
극한(값): 그 일정한 수. (변수의 값이 아님)

■ 함수의 수렴

함수 $f(x)$에서 x가 a가 아닌 값을 가지면서
a에 한없이 가까워 질 때,
$f(x)$의 값이 일정한 값 α에 한없이 가까워지면,
$f(x)$는 α에 수렴한다고 한다.
α를 $x=a$에서 $f(x)$의 극한값 또는 극한이라고 한다.

$$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$$

■ $x \to a$ 는 x의 값이 a에 한 없이 가까워짐을 뜻하므로
$x \neq a$이다.

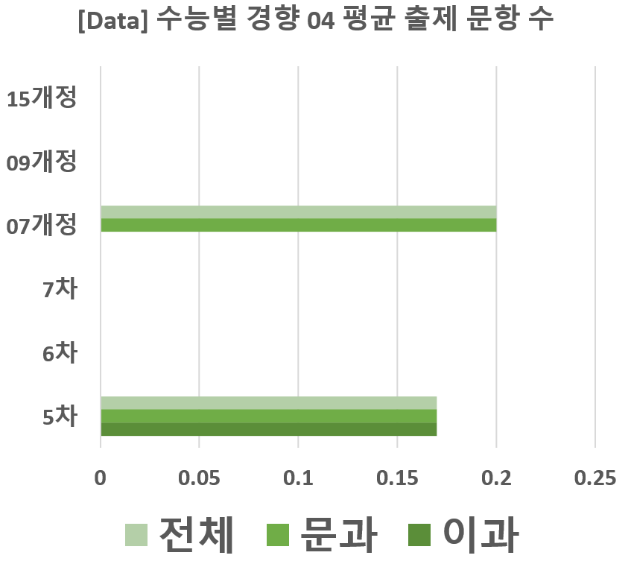
■ 최대·최소의 정리

함수 $f(x)$가 폐구간 $[a,\ b]$에서 연속이면,
$f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 가진다.

경향 04 Minor Trend

경향04 수능 출제 난이도

경향04 수능별 데이터 (1)



COMMENT

출제 난이도를 봐, 신기하지. 3점 문항만 출제되었고 더욱이 지금껏 단 두 번(97수능/12수능)에서만 기습적으로 출제 되었던 경향이야. 별로 어렵지 않은데, 수험생들 중 상당수가 12수능에서 3점으로 출제된 도형의 극한 문제를 틀렸어. 단순히 도형에 관한 식을 세워서 계산만 하려들지 말고, '극한' 단원의 특수함에 맞추면 전혀 새로운 접근이 가능하다는 걸 익혀보자.

경향04 수능 출제 전망

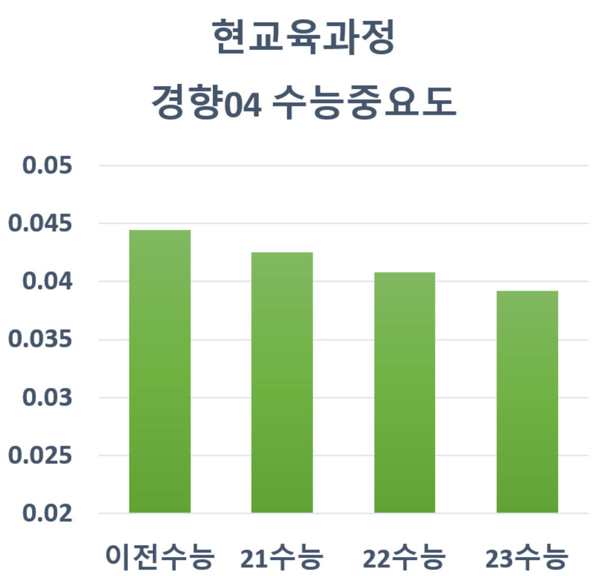
■□□□□

출제 가능성은 낮지만
기습 출제 가능

경향04 함수의 극한 단원 내 출제 비율

4.35%

경향04 수능별 데이터 (2)

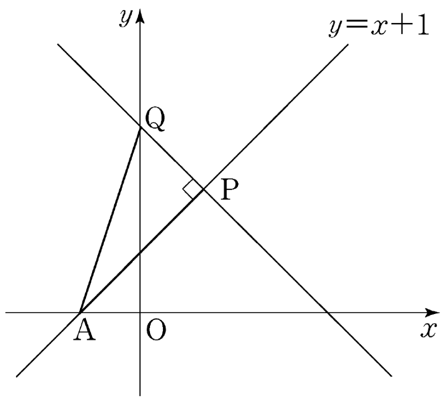


경향04 대표문제분석 023

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

23. [2012년 수능 (나)형 12번]
그림과 같이 직선 $y=x+1$ 위에 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$과 $\mathrm{P}(t,\ t+1)$이 있다. 점 P를 지나고 직선 $y=x+1$에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 Q라 할 때,

$\lim_{t\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{AQ}}^2}{\overline{\mathrm{AP}}^2}$의 값은? [3점]



① 1　② $\frac{3}{2}$　③ 2　④ $\frac{5}{2}$　⑤ 3

Analysis

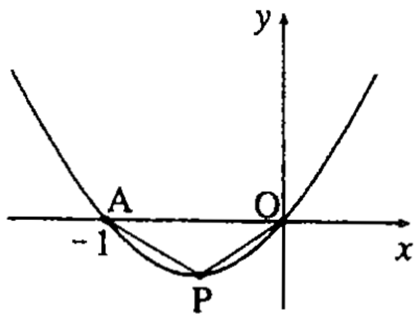
단순 계산으로도 풀 수는 있지만,
극한 상황에서 그래프 형태가 어떻게 생길지 추론을 하면
훨씬 빠르게 풀 수 있다.

경향 04 Minor Trend

경향04 대표문제분석 024

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

24. [1997년 수능 (인문) & (자연) 9번]
포물선 $y = x(x+1)$ 위에 점 $\mathrm{A}(-1, 0)$이 있다. 점 P가 점 A에서 포물선을 따라 원점 O로 한없이 가까이 갈 때, $\angle \mathrm{APO}$의 크기의 극한값은? [3점]



① 90° ② 120° ③ 135° ④ 150° ⑤ 180°

Analysis

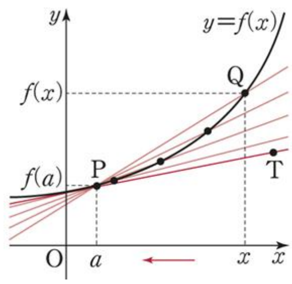
함수의 극한 단원의 근본 취지는 미분을 하기 위함이다. 함수의 극한과 미분의 연관성을 확연히 보여주는 좋은 문제. 미분계수의 개념을 활용해보자.

■ 미분계수

함수 $f(x)$의 $x=a$에서의

①미분계수 (순간변화율)

$$f'(a)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$
$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{a+\Delta x-a}$$
$$=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$



수능한권

WorkBook

수능수학 II

183문항

수학II 1. 함수의 극한 경향01 함수의 극한 기본계산

수능 2점

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

1. [2023년 수능 (공통) 2번]

$\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\sqrt{x^2-2}+3x}{x+5}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

2. [2021년 수능 (나)형 3번]

$\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2+2x-8}{x-2}$ 의 값은? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

3. [2016년 수능 (A)형 3번]

$\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{(x+2)(x^2+5)}{x+2}$ 의 값은? [2점]

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

4. [2010년 수능 (가)형 3번]

두 상수 a, b 에 대하여 $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{x+a}-b}{x-3} = \dfrac{1}{4}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [2점]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

5. [2007년 수능 (가)형 3번]

$\lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x+3}-2}$의 값은? [2점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

6. [2006년 수능 (가)형 3번]

두 상수 a, b가 $\lim_{x \to 2} \frac{x^2-(a+2)x+2a}{x^2-b}=3$을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [2점]

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

7. [2004년 수능 (인문) & (자연) 26번]

$\lim_{x \to -2} \frac{2x+4}{\sqrt{x+11}-3}$의 값을 구하시오. [2점]

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

8. [2002년 수능 (인문) & (자연) 4번]

다음 식을 성립하게 하는 상수 a, b의 곱 ab의 값은? [2점]

$$\lim_{x \to 1} \frac{x-1}{x^2+ax+b}=\frac{1}{3}$$

① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

9. [2001년 수능 (인문) 27번]

다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{8(x^4-1)}{(x^2-1)f(x)}=1$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [2점]

수능 3점

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

11. [2018년 수능 (나)형 25번]

함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to1}(x+1)f(x)=1$을 만족시킬 때, $\lim_{x\to1}(2x^2+1)f(x)=a$이다. $20a$의 값을 구하시오. [3점]

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

10. [1999년 수능 (인문) 3번]

$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ 의 값은? [2점]

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

12. [2015년 수능 (A)형 22번]

$\lim_{x\to0}\frac{x(x+7)}{x}$의 값을 구하시오. [3점]

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

13. [2014년 수능 (A)형 22번]

$\lim_{x\to0}\sqrt{2x+9}$ 의 값을 구하시오. [3점]

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

14. [2013년 수능 (나)형 22번]

$\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(x+3)}{x-2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

15. [2012년 수능 (나)형 22번]

$\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x^2+3x+7)}{x-1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

16. [2005년 수능 (가)형 18번]

두 실수 a, b가 $\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x^2+a}-b}{x-2}=\frac{2}{5}$를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

17. [1994년 수능 (2차) 2번]
서로 다른 두 실수 α, β에 대하여 $\alpha+\beta=1$일 때,
$\lim_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x+\alpha^2}-\sqrt{x+\beta^2}}{\sqrt{4x+\alpha}-\sqrt{4x+\beta}}$의 값은?

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 4

수능 4점

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

18. [2020년 수능 (나)형 14번] 대표 문항
상수항과 계수가 모두 정수인 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 최댓값은? [4점]

(가) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{f(x)g(x)}{x^3}=2$

(나) $\lim_{x\to 0}\dfrac{f(x)g(x)}{x^2}=-4$

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

19. [2018년 수능 (나)형 18번] 대표 문항

최고차항의 계수가 1이고 $f(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2}=\frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

20. [2009년 수능 (가)형 11번] 대표 문항

다항함수 $f(x)$와 두 자연수 m, n이

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^m}=1,\quad \lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x^{m-1}}=a$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^n}=b,\quad \lim_{x\to 0}\frac{f'(x)}{x^{n-1}}=9$$

를 모두 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a, b는 실수이다.) [4점]

[보 기]

ㄱ. $m \ge n$

ㄴ. $ab \ge 9$

ㄷ. $f(x)$가 삼차함수이면 $am=bn$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

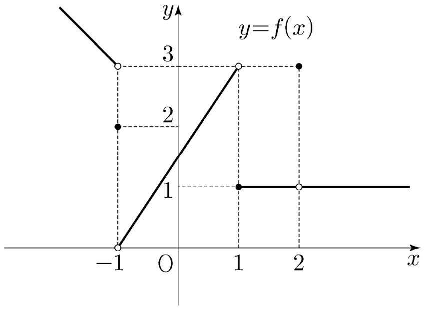
수학Ⅱ 1. 함수의 극한 경향02 함수의 극한 그래프

수능 3점

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

21. [2022년 수능 (공통) 4번]

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



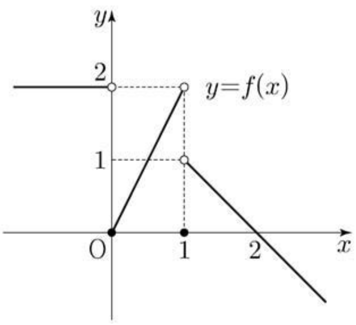
$\lim_{x\to-1-}f(x)+\lim_{x\to2}f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

22. [2020년 수능 (나)형 8번]

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



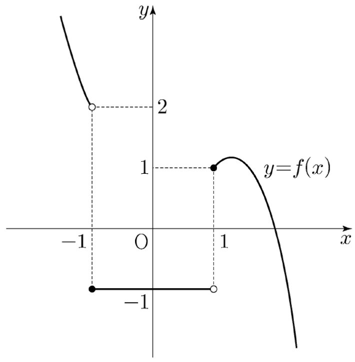
$\lim_{x\to0+}f(x)-\lim_{x\to1-}f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

23. [2019년 수능 (나)형 7번]

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



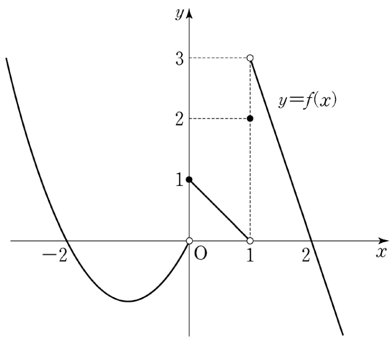
$\lim_{x\to-1-}f(x)-\lim_{x\to1+}f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

24. [2018년 수능 (나)형 5번]

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to0-}f(x)+\lim_{x\to1+}f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5