제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{54}\times 2^{\frac{5}{3}}$ 의 값은? [2점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

$3^3\times 2$

$3\times 2^{\frac{1}{3}}\times 2^{\frac{5}{3}}$

2. 함수 $f(x)=x^3-3x^2+x$ 에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{2h}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

$\frac{1}{2}f'(3)$

27 − 18 + 1

10

3. $\cos\theta>0$ 이고 $\sin\theta+\cos\theta\tan\theta=-1$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\sqrt{3}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{3}$

$s=-\frac{1}{2}$

$\frac{2}{\sqrt{3}}$

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2x+a & (x<3) \\ \sqrt{x+1}-a & (x\geq 3) \end{cases}$$

이 $x=3$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$6+a=2-a$

5. 다항함수 $f(x)$가

$$f'(x)=x(3x+2),\quad f(1)=6$$

을 만족시킬 때, $f(0)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

x^3+x^2+4

6. 공비가 1보다 큰 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\frac{S_4}{S_2}=5,\quad a_5=48$$

일 때, a_1+a_4의 값은? [3점]

① 39 ② 36 ③ 33 ④ 30 ⑤ 27

$r^2=4$ 24+3
$r=2$

7. 함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2-5x+1$이 닫힌구간 $[a, b]$에서 감소할 때, $b-a$의 최댓값은? (단, a, b는 $a<b$인 실수이다.) [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

x^2-4x-5
x 1
x -5) 6

8. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$(x+1)f(x)+(1-x)g(x)=x^3+9x+1, \quad f(0)=4$$

일 때, $f'(0)+g'(0)$의 값은? [3점]

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

$4+g(0)=1$

$g(0)=-3$

$4+f'(0)-g(0)+g'(0)=9$

$+3$

$f'+g'=2$

9. 좌표평면 위의 두 점 $(0, 0)$, $(\log_2 9, k)$를 지나는 직선이 직선 $(\log_4 3)x+(\log_9 8)y-2=0$에 수직일 때, 3^k의 값은? (단, k는 상수이다.) [4점]

① 16　　② 32　　③ 64　　④ 128　　⑤ 256

$\frac{k}{2\log_2 3}$　$\frac{k}{2}\log_3 2=$

$\frac{-\frac{1}{2}\log_2 3}{\frac{3}{2}\log_3 2}$

$\frac{-\log_2 3}{3\log_3 2}$　$-\frac{1}{3}\log_2 3^2=-\frac{2}{2k}\log_2 3$

$\log_2 3=\frac{3}{2k}$

~~$\frac{2k}{3}=\log_2 3$~~

$k=6\log_3 2$

10. 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=3t^2-6t-2, \quad v_2(t)=-2t+6$$

이다. 출발한 시각부터 두 점 P, Q가 다시 만날 때까지 점 Q가 움직인 거리는? [4점]

① 7　　② 8　　③ 9　　④ 10　　⑤ 11

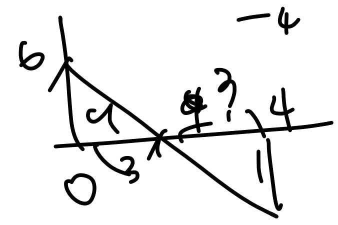
$t^3-3t^2-2t=-t^2+6t$

t^3-2t^2-8t

$t(t^2-2t-8$

2

-4



$9:1$

11. 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_6 = -2,\quad \sum_{k=1}^{8} |a_k| = \sum_{k=1}^{8} a_k + 42$$

일 때, $\sum_{k=1}^{8} a_k$의 값은? [4점]

$\times 8\, a_{4.5}$

① 40 ② 44 ③ 48 ④ 52 ⑤ 56

$42 = \sum_{1}^{8} |a_k| - a_k$

$a_k \geq 0 \quad 0$

$<0 \quad -2a_k$

$42 = -2(a_6\ a_7\ a_8$

$-6\ a_7$

$a_7 = -7$

$d = -5$

$a_{4.5} = a_7 - 2.5d$

$-7 + 12.5$

5.5×8

44.0

12. 실수 a에 대하여 함수 $f(x)$는

$3(x-1)(x+2)$

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 3x + \cancel{a}\,-6 & (x < 0) \\ 3x + \cancel{a}\,-6 & (x \geq 0) \end{cases}$$

$3(x-2)$

이다. 함수

$$g(x) = \int_{-4}^{x} f(t)\,dt$$

$g(-2)$

가 $x = 2$에서 극솟값을 가질 때, 함수 $g(x)$의 극댓값은? [4점]

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

$g'(x) = f(x)$

$g'(2) = f(2) = 0 \quad a = -6$

$\int_{-4}^{-2}$ $\quad x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x \Big|_{-4}^{-2}$

$-8 + 6 + 12 + 64 - 24 - 24$

$10 \quad -46$

74

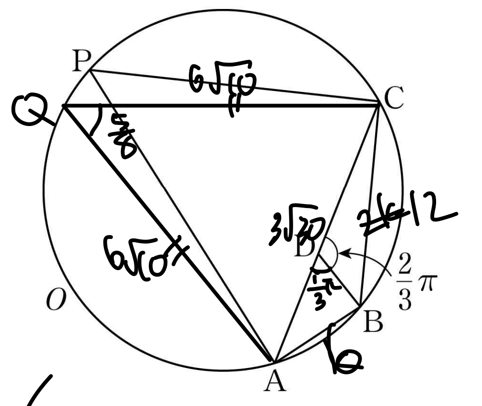
-46

6

13. 그림과 같이

$$2\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}},\quad \cos(\angle \mathrm{ABC})=-\frac{5}{8}$$

인 삼각형 ABC의 외접원을 O라 하자. 원 O 위의 점 P에 대하여 삼각형 PAC의 넓이가 최대가 되도록 하는 점 P를 Q라 할 때, $\overline{\mathrm{QA}}=6\sqrt{10}$이다. 선분 AC 위의 점 D에 대하여 $\angle \mathrm{CDB}=\frac{2}{3}\pi$일 때, 삼각형 CDB의 외접원의 반지름의 길이는? [4점]



① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

36

$720-2\cdot 360\cdot\frac{5}{8}$

-450

$\sqrt{270}$

$3\sqrt{30}$ $\frac{2}{15}\cdot 270=k^2+4k^2+2\cdot k\cdot 2k\cdot\frac{5}{8}$

$=\frac{15}{2}k^2$

$k^2=36$

$12\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{24}{\sqrt{3}}$ $\frac{12}{\sqrt{3}}$

$4\sqrt{3}$

14. 두 정수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$는

$a>0, a<0 \rightarrow (x-a)^2-\frac{3}{4}a^2+b^2$

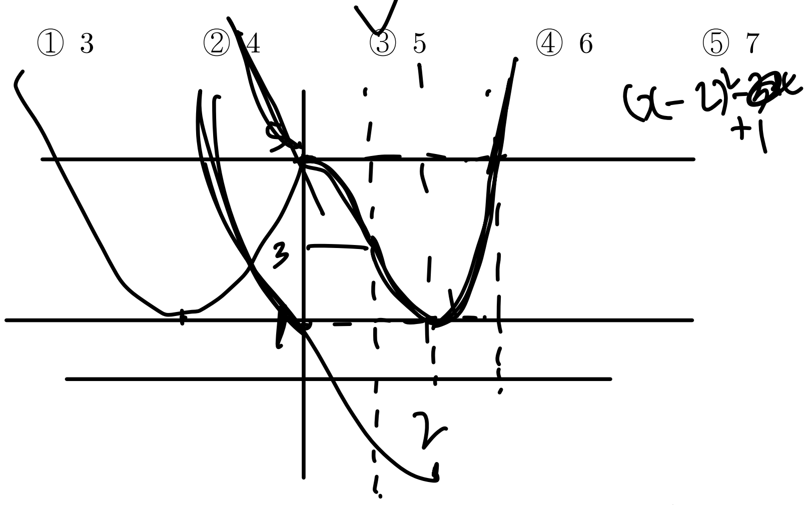
$$f(x)=\begin{cases} x^2-2ax+\dfrac{a^2}{4}+b^2 & (x\le 0)\\ x^3-3x^2+5 & (x>0)\end{cases}$$

극

변 1, 극 0, 2

이다. 실수 t에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=k$에서 불연속인 실수 k의 개수가 2가 되도록 하는 두 정수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는? [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7



$\frac{1}{4}a^2+b^2=5$ $a=0$ $b^2=1$

$b=\pm 1$

$-\frac{3}{4}a^2+b^2=1$

$a^2=4$

$a=\pm 2$

~~$a=2$~~, $b=\pm 2$ 4개

$a=-2$ $b\pm 2$

2, 2
2, −2
−2, 2
−2, −2
0, 1
0, −1

5개 6개

15. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n & (a_n > n) \\ 3n-2-a_n & (a_n \le n) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $a_5=5$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 곱은? [4점]

① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

n	1	2	3	4	5
a	5	5	5	5	5

-4

2 2 2

2

-1

1-4=-1

1-4=2

단답형

16. 방정식 $4^x=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-9}$을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

2x=9-x

3

17. $\int_0^2 (3x^2-2x+3)\,dx-\int_2^0 (2x+1)\,dx$의 값을 구하시오. [3점]

$3x^2+4$

x^3+4x 16

8+8

18. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{9} a_k = 137,\quad \sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^{9} 2a_k = 101$$

일 때, a_{10}의 값을 구하시오. [3점]

$2\sum_{1}^{10} - a_{10} = 137$

$\left(\sum_{1}^{10} - a_{10}\right)$

$\sum_{1}^{10} - 2\sum_{1}^{10} + 2a_{10}$

$-2\sum_{1}^{10} + 4a_{10} = 202$

$3a_{10} = 339$

$a_{10} = 113$

113

$8 - 10 + 2a + 2$

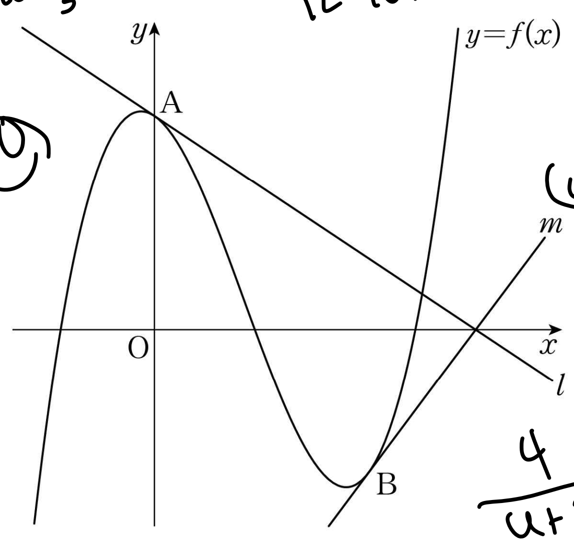
19. 실수 a에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - \frac{5}{2}x^2 + ax + 2$이다.

곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 A$(0, 2)$, B$(2, f(2))$에서의 접선을 각각 l, m이라 하자. 두 직선 l, m이 만나는 점이 x축 위에 있을 때, $60 \times |f(2)|$의 값을 구하시오. [3점]

$8 - 10 - \frac{3}{3}a + 2$

$12 - 10 + a + 2$

$8 - 10 + 2a + 2$



80

$(a+2)x - 4$

$\frac{4}{a+2} = \frac{-2}{a}$

$4a = -2a - 4$

$6a = -4$

$a = -\frac{2}{3}$

20. 두 함수 $f(x) = 2x^2 + 2x - 1$, $g(x) = \cos\frac{\pi}{3}x$에 대하여 $0 \le x < 12$에서 방정식

$$f(g(x)) = g(x)$$

를 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합을 구하시오. [4점]

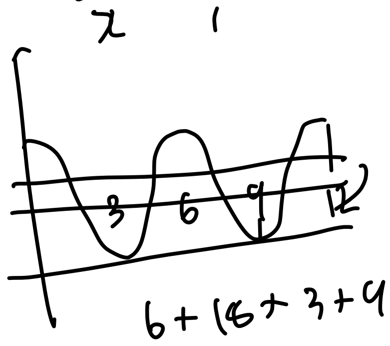
$T : 6$

$f(t) = t$

$2x^2 + x - 1$ $\quad \frac{1}{2}$ or -1

$2x \quad -1$

$x \quad 1$



$6 + 18 + 3 + 9$

36

변$=0$ 극$-1, 1$

21. $a>2$인 실수 a에 대하여 기울기가 -1인 직선이 두 곡선

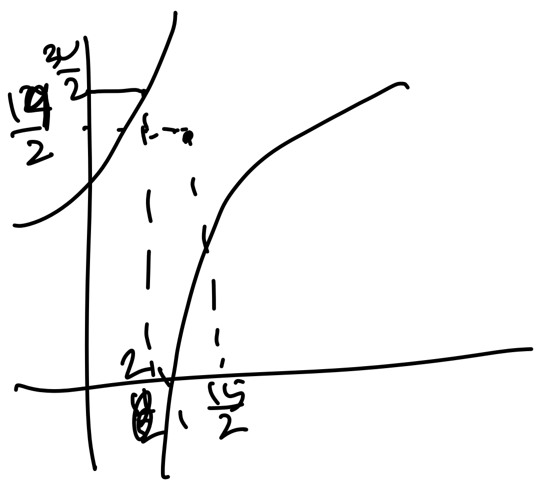
$$y=a^{x}+2,\quad y=\log_{a}x+2$$

역함수$+2$

와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 선분 AB를 지름으로 하는 원의 중심의 y좌표가 $\frac{19}{2}$이고 넓이가 $\frac{121}{2}\pi$일 때, a^{2}의 값을 구하시오. [4점]

$r=\frac{11}{\sqrt{2}}$

$\frac{19}{2}-2=\frac{15}{2}$



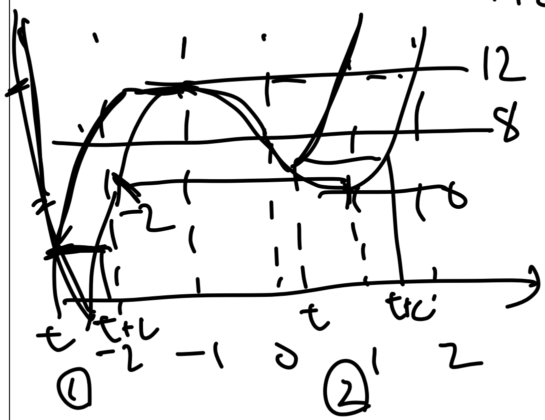
13

$a^2+2=15$

$a^2=13$

22. 함수 $f(x)=|x^{3}-3x+8|$과 실수 t에 대하여 닫힌구간 $[t, t+2]$에서의 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 서로 다른 두 실수 α, β에 대하여 함수 $g(t)$는 $t=\alpha$와 $t=\beta$에서만 미분가능하지 않다. $\alpha\beta=m+n\sqrt{6}$일 때, $m+n$의 값을 구하시오. (단, m, n은 정수이다.) [4점]

하나는 정수? 킹리적갓심!



2

1) $f(t)=f(t+2)$

$(t-1)^2(t+2)=(t+1)^2(t+4)$

$(t^2-2t+1)(t+2)=(t^2+2t+1)(t+4)$

$t^3-2t^2+t \quad t^3+2t^2+t$

$2t^2-4t+2 \quad 4t^2+8t+4$

$-3t+2=6t^2+9t+4$

$6t^2+12t+2=0$

$3t^2+6t+1=0$

$\frac{-3\pm\sqrt{6}}{3}$ $\boxed{-1+\frac{1}{3}\sqrt{6}}$

3 or -3 배수 $3-\sqrt{6}$

2)

$-(t+2)(t-1)^2+6=(t+4)(t+1)^2+6$

$(t+4)(t+1)^2+(t+2)(t-1)^2=-12$

$-1 \quad 16 \quad =-12$

$1 \quad 4$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}+3^{n-1}}{2^n-3^n}$ 의 값은? [2점]

① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이

$$\lim_{n\to\infty} na_n = 1,\quad \lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{n} = 3$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{n^2a_n+b_n}{1+2b_n}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

$\frac{n+2n}{6n}$

25. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$2n+3 < a_n < 2n+4$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \to \infty} \frac{(a_n+1)^2+6n^2}{na_n}$의 값은? [3점]

$4n^2$

$2n^2$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}-a_n = a_1+2$$

를 만족시킨다. $\lim_{n \to \infty} \frac{2a_n+n}{a_n-n+1} = 3$일 때, a_{10}의 값은? (단, $a_1 > 0$) [3점]

① 35 ② 36 ③ 37 ④ 38 ⑤ 39

$(2+a)n$

$4+a+1$ $3\left(\frac{5+2a}{2+2a} = \frac{3}{2}\right)1$

$2a=4$

$a=2$

$4n-2$

$3n$

27. $a_1=3$, $a_2=6$ 인 등차수열 $\{a_n\}$과 모든 항이 양수인 수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k(b_k)^2 = n^3-n+3$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n b_{2n}}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 6

n^3-n+3

n^3-3n^2+3n-1

$-n+1$

$+3$

n^3-3n^2+2n+3

$3n^2-3n$

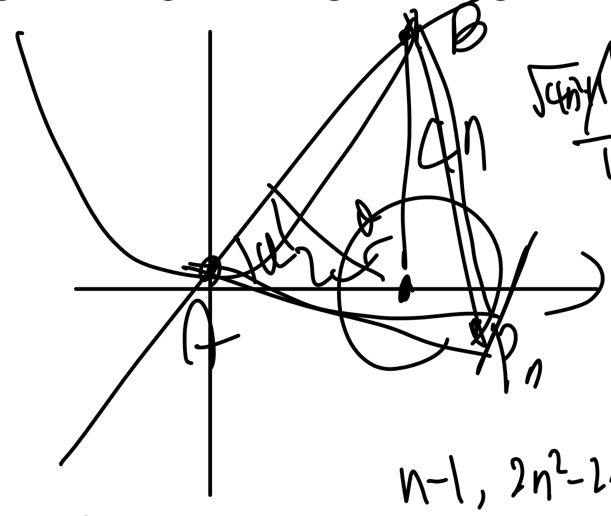
$a_n(b_n)^2 = 3n^2-3n$

$(b_n)^2 = n-1$ $\frac{3n}{\sqrt{n-1}\sqrt{2n-1}}$

$b_n = \sqrt{n-1}$

28. 자연수 n에 대하여 직선 $y=2nx$가 곡선 $y=x^2+n^2-1$과 만나는 두 점을 각각 A_n, B_n이라 하자. 원 $(x-2)^2+y^2=1$ 위의 점 P에 대하여 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{P}$의 넓이가 최대가 되도록 하는 점 P를 P_n이라 할 때, 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{P}_n$의 넓이를 S_n이라 하자. $\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n}$ 의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10



$\frac{\sqrt{4n^2+1}}{1}$ $2n$

$\frac{4n}{\sqrt{4n^2+1}}$

$n-1,\ 2n^2-2n$

$x^2-2nx+n^2-1$

$x \quad -(n-1)$ $\quad n+1,\ 2n^2+2n$ $\quad 2, 0$

$x \quad -(n+1)$ $\quad \sqrt{4+16n^2}$

$2nx-y=0$

$\frac{|4n+1|}{\sqrt{4n^2+1}}$ $\quad \frac{2}{\sqrt{4n^2+1}}$ $\sqrt{16n^2+4}$ $\times\frac{1}{2}$

$2n \quad 4n$

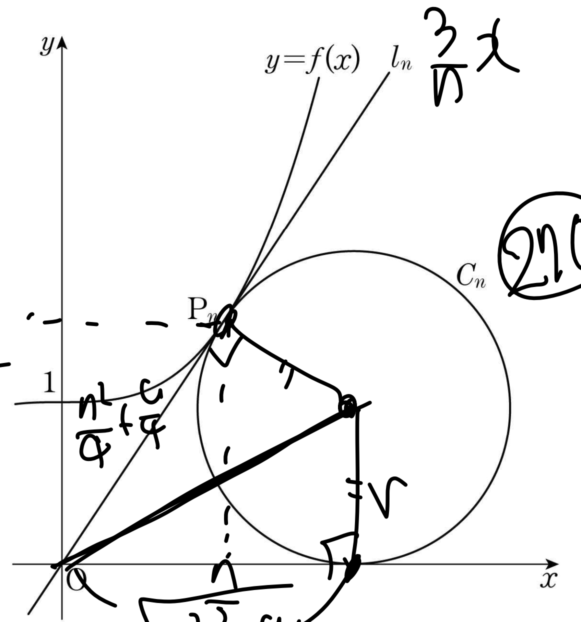
$12n \cdot n$

단답형

29. 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\frac{4}{n^3}x^3+1$$

이라 하자. 원점에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선을 l_n, 접선 l_n의 접점을 P_n이라 하자. x축과 직선 l_n에 동시에 접하고 점 P_n을 지나는 원 중 중심의 x좌표가 양수인 것을 C_n이라 하자. 원 C_n의 반지름의 길이를 r_n이라 할 때, $40\times\lim_{n\to\infty} n^2(4r_n-3)$의 값을 구하시오. [4점]



$\frac{\frac{4}{n^3}t^3+1}{t}=\frac{12}{n^3}t^2$ $\quad \frac{n}{n^3}\cdot\frac{n^2}{4}$

$\frac{8}{n^3}t^3=1$

$t=\frac{n}{2}$

$y=-\frac{n}{3}\left(\sqrt{\frac{n^2}{4}+\frac{9}{4}}-\frac{n}{2}\right)+\frac{3}{2}$

$\frac{n^2}{6}-\frac{n}{3}\sqrt{\frac{n^2}{4}+\frac{9}{4}}+\frac{3}{2}$

$\left(\frac{2}{3}n^2+6\right)-\frac{4n}{3}\sqrt{\frac{n^2}{4}+\frac{9}{4}}$

$\frac{4}{9}n^4+4n^2+9-\frac{4}{9}n^4-4n^2$

$\frac{9n^2}{\frac{2}{3}n^2+3+\frac{4}{3}n\sqrt{\frac{n^2}{4}}}$

$\frac{2}{3}+\frac{2}{3}n^2 \quad \frac{2n}{4}$

$\frac{4}{3}$

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 자연수 m에 대하여 구간 $(0, \infty)$에서 정의된 함수 $g(x)$를

$x^3+\cdots$

$$g(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{f(x)\left(\frac{x}{m}\right)^n+x}{\left(\frac{x}{m}\right)^n+1}$$

라 하자. 함수 $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 구간 $(0, \infty)$에서 미분가능하고, $g'(m+1)\le 0$이다.
(나) $g(k)g(k+1)=0$을 만족시키는 자연수 k의 개수는 3이다.
(다) $g(l)\ge g(l+1)$을 만족시키는 자연수 l의 개수는 3이다.

감소 자연수 3

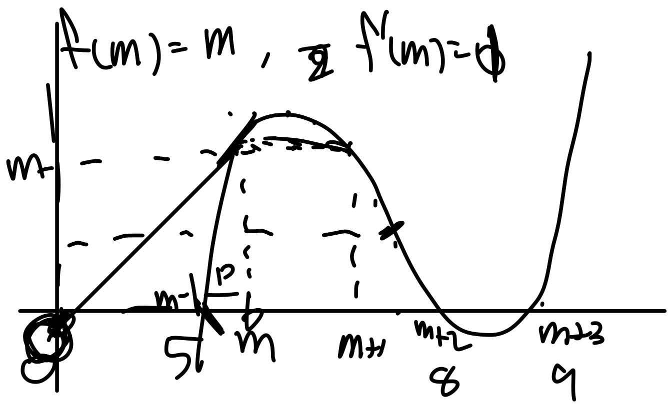
$g(12)$의 값을 구하시오. [4점]

$x \quad \frac{f(x)+x}{2} \quad f(x)$ $\quad$ 84

$\frac{x}{m}=1$

$m=\frac{f(m)+m}{2}$ $\quad \frac{1}{2}f'(m)+\frac{1}{2}=1$

$f(m)=m$, $f'(m)=1$



$p-2-3$ $\quad -5p+6=1$

$p=1$

$1-2-3=6=m$

$3\cdot4\cdot7=84$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.