

제 2 교시

수학 영역

KSM

5지선다형

1. $(1-3i)+2i$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]
- ① $-1-2i$ ② $-1-i$ ③ $1-i$ ④ $1+i$ ⑤ $1+2i$

2. 두 다항식 $A=3x^2-5x+1$, $B=2x^2+x+3$ 에 대하여 $A-B$ 를 간단히 하면? [2점]
- ① x^2-4x-2 ② x^2-4x+2 ③ x^2-4x+4
 ④ x^2-6x-2 ⑤ x^2-6x+2

3. 다항식 $2x^3-x^2-x+4$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$2-1-1+4$

4. x 에 대한 이차부등식 $x^2+ax+6 < 0$ 의 해가 $2 < x < 3$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]
- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

$(x-2)(x-3)$

x^2-5x+6

5. 등식

$$2x^2 + ax + b = x(x-3) + (x+1)(x+3)$$

이 x 에 대한 항등식일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$x^2 - 3x + x^2 + 4x + 3$$

$$= 2x^2 + x + 3$$

$$a = 1$$

$$b = 3$$

6. $x+y-z=5$, $xy-yz-zx=4$ 일 때, $x^2+y^2+z^2$ 의 값은?

[3점]

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

$$(x+y-z)^2 - 2(xy-yz-zx)$$

$$= 25 - 8 = 17$$

7. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + k^2 + 3k - 22 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 갖도록 하는 자연수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$$D/4 = k^2 - k^2 - 3k + 22 < 0$$

$$k > \frac{22}{3} = 7.333$$

8. $2024^4 + 2024^2 + 1$ 을 2022로 나눈 나머지는? [3점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

$$2024 = 2022 + 2$$

$$x^4 + x^2 + 1 = (x-2)(x^2 + 4x + 4) + R$$

$$x=2 \rightarrow 21 = R$$

9. x 에 대한 부등식 $|x-1| < n$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수가 9가 되도록 하는 자연수 n 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$$|x-1| < n$$

$$2n-1 = 9$$

$$n = 5$$

10. 사차방정식 $(x^2-3x)(x^2-3x+6)+5=0$ 의 서로 다른 두 실근을 α, β 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$x^2-3x = A$$

$$A^2+6A+5 = 0$$

$$A = -5, A = -1$$

$$\underbrace{x^2-3x+5=0}_D_1 < 0, \quad \underbrace{x^2-3x+1=0}_D_2 > 0$$

$$D_1 < 0$$

$$D_2 > 0 \text{ 실근}$$

$$\alpha\beta = 1$$

11. x 에 대한 두 다항식 x^3+2x^2+3x+6 과 x^3+x+a 가 모두 $x+b$ 로 나누어떨어질 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수이다.) [3점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$$a = -b \Rightarrow -b^3 + 2b^2 - 3b + 6 = 0$$

$$b^3 - 2b^2 + 3b - 6 = 0$$

$$(b-2)(b^2+3) = 0 \quad b=2$$

$$-b^3 - b + a = 0$$

$$-8 - 2 + a = 0, \quad a = 10$$

12. 삼차방정식 $x^3+x^2+x-3=0$ 의 서로 다른 두 허근을 α, β 라 할 때, $(\alpha^2+2\alpha+6)(\beta^2+2\beta+8)$ 의 값은? [3점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$$(x-1)(x^2+2x+3) = 0$$

$$x^2+2x+3 = 0$$

$$\begin{cases} \alpha^2+2\alpha+3 = 0 \\ \beta^2+2\beta+3 = 0 \end{cases}$$

$$3 \times 5 = 15$$

13. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} x-y=3 \\ x^2-xy-y^2=k \end{cases}$$

의 해를 $\begin{cases} x=\alpha \\ y=\alpha-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=\beta \\ y=\beta-3 \end{cases}$ 이라 하자.

α, β 가 서로 다른 두 실수가 되도록 하는 자연수 k 의 최댓값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

$y = x - 3$

$x^2 - (x(x-3)) - (x-3)^2 = k$

$3x - x^2 + 6(x-3) = k$

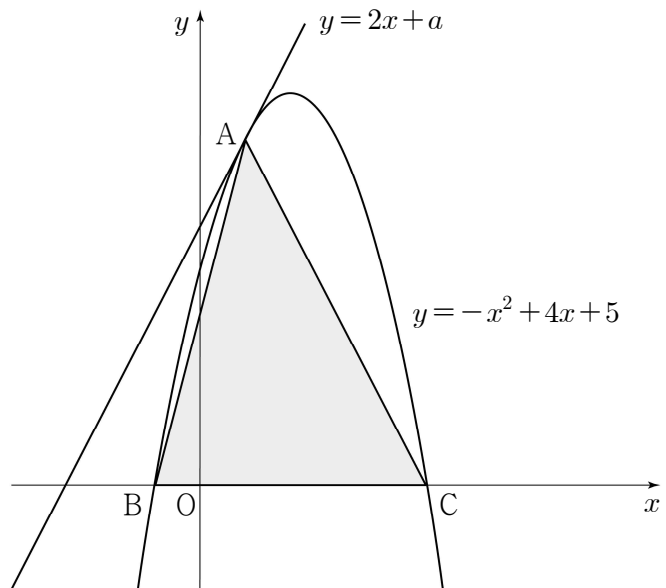
$x^2 - 9x + k + 9 = 0$

$D = 81 - 4(k+9) > 0$

$k+9 < \frac{81}{4}, k < \frac{45}{4} = 11.25$

14. 그림과 같이 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + a$ 가 한 점 A에서만 만난다.

이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 B, C에 대하여 삼각형 ABC의 넓이는? (단, a 는 상수이다.) [4점]



- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

$2x + a = -x^2 + 4x + 5$

$x^2 - 2x + a - 5 = 0$

$a - 5 = 1, a = 6$

$(x-1)^2 = 0, x=1, A(1, 8)$

$-x^2 + 4x + 5 = -(x-5)(x+1)$ B(-1, 0)
C(5, 0)

$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 24$

15. x 에 대한 다항식 $(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)+k$ 가 $(x^2+ax+b)^2$ 으로 인수분해되도록 하는 세 실수 a, b, k 에 대하여 $a+b+k$ 의 값은? [4점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

$$\underbrace{(x^2+7x+10)}_A(x^2+7x+12)+k$$

$$A^2+22A+120+k$$

$$120+k=120, k=0$$

$$(A+11)^2 = (x^2+7x+11)^2$$

$$\left. \begin{matrix} a=7 \\ b=11 \end{matrix} \right\}$$

16. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx-4 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫은 $Q(x)$ 이고 나머지는 3이다. $(x^2+a)Q(x-2)$ 가 $x-2$ 로 나누어떨어질 때, $Q(1)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① -15 ② -13 ③ -11 ④ -9 ⑤ -7

$$x^3+ax^2+bx-4 = (x+1)Q(x)+3$$

$$| \begin{matrix} x^2+a & Q(x-2) = (x-2)R(x) \end{matrix}$$

$$x=-1 \rightarrow -1+a-b-4=3, a-b=8$$

$$x=0 \rightarrow -4 = a(1)+3, a(1)=-7$$

$$x=2 \rightarrow (4+a)Q(0)=0$$

$$\begin{matrix} a=-4 \\ b=-12 \end{matrix}$$

$$x=1 \rightarrow 1+a+b-4=2Q(1)+3$$

$$-19 = 2Q(1)+3, Q(1) = -11$$

17. 실수 a 에 대하여 복소수 z 를 $z = a^2 - 1 + (a-1)i$ 라 하자.
 z^2 이 음의 실수일 때,

증: 순허수 $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^n = \frac{(z-\bar{z})i}{4}$

가 되도록 하는 100 이하의 자연수 n 의 개수는? (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

증: 순허수 $a^2 - 1 = 0$
 $a - 1 \neq 0$ $\therefore a = -1$

$z = -2i$

$\bar{z} = 2i$

$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^n = 1$

$n = 8k, 1 \leq k \leq 12$

18. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 이차함수

$f(x) = x^2 - (2a-b)x + a^2 - 4b$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 최솟값을 가진다.

(나) 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 0이다.

$a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14



$f(1) = 0$

$f(x) = (x-1)^2 - 9$

$= x^2 - 2x - 8$

$2a - b = 2$

$a^2 - 4b = -8$

$a^2 - 4b = -8$

$-8a - 4b = 8$

$a^2 - 8a + 16 = 0$

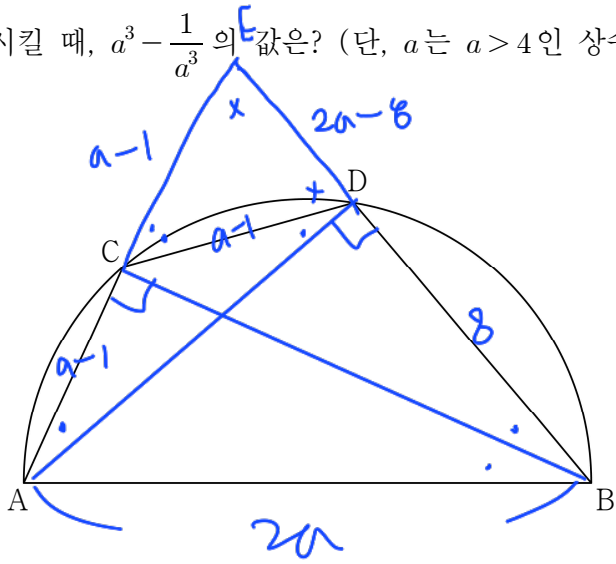
$(a-4)^2 = 0, a = 4$
 $b = 6$

19. 그림과 같이 길이가 $2a$ 인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 두 점 C, D 가

$$\overline{AC} = \overline{CD} = a-1, \overline{BD} = 8$$

을 만족시킬 때, $a^3 - \frac{1}{a^3}$ 의 값은? (단, a 는 $a > 4$ 인 상수이다.)

[4점]



- ① 231 ② 232 ③ 233 ④ 234 ⑤ 235

$$\triangle BAE \sim \triangle CED$$

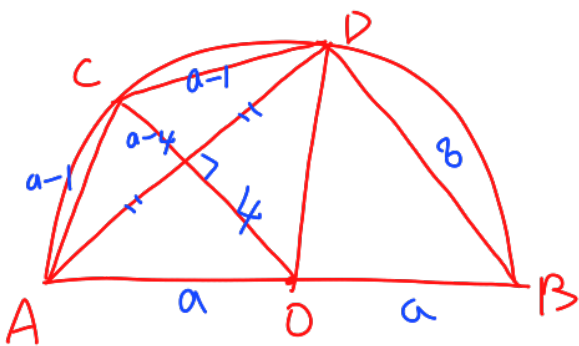
$$2a : 2a-2 = a-1 : 2a-8$$

$$2a^2 - 4a + 2 = 4a^2 - 16a$$

$$a^2 - 6a - 1 = 0$$

$$a - \frac{1}{a} = b$$

$$a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3\left(a - \frac{1}{a}\right) = 21b + 18 = 234$$



$$a^2 - 4^2 = (a-1)^2 - (a-4)^2$$

$$a^2 - 16 = 3(2a-5)$$

$$a^2 - 6a - 1 = 0$$

20. x 에 대한 삼차방정식

$$x^3 - (a^2 + a - 1)x^2 - a(a-3)x + 4a = 0$$

이 서로 다른 세 실근 α, β, γ ($\alpha < \beta < \gamma$)를 가질 때, $\alpha \times \gamma = -4$ 가 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\gamma = -1 \rightarrow -1 - a^2 - a + (a^2 - 3a + 4a) = 0$$

$$(\gamma + 1)(\gamma^2 - (a^2 + a)\gamma + 4a) = 0 \quad d < \beta < \gamma$$

$$i) \beta = -1 \rightarrow d\delta = 4a = -4, \quad a = -1$$

$$x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$$

$$d = -2, \delta = 2 \quad -2 < -1 < 2 \quad (OK)$$

$$ii) \beta \neq -1 \rightarrow d = -1 \text{ or } \delta = -1$$

$$d\delta = -4 \Rightarrow d = -1, \delta = 4 \quad (\because d < \delta)$$

$$x^2 - (a^2 + a)x + 4a = 0 \quad \because \beta, 4 \quad (-1 < \beta < 4)$$

$$\beta + 4 = a^2 + a$$

$$4\beta = 4a \rightarrow \beta = a$$

$$a^2 = 4, \quad a = 2 \text{ or } a = -2$$

$$\beta = 2 \text{ or } -2$$

$$-1 < \beta < 4 \text{ 이므로 } \beta = 2$$

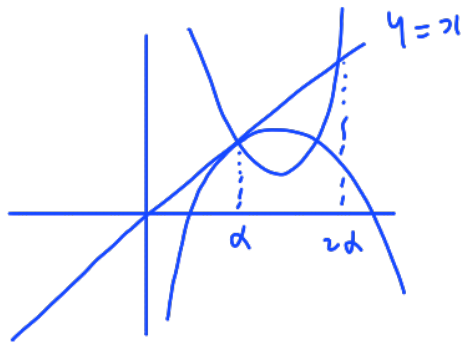
$$\therefore -1 + 2 = 1$$

21. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 직선 $y=x$ 와 원점이 아닌 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다.
- (나) 함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 직선 $y=x$ 와 한 점 P에서만 만난다.
- (다) 점 P의 x 좌표는 점 Q의 x 좌표보다 작고, $\overline{OP}=\overline{PQ}$ 이다.

부등식 $f(x)+g(x)\geq 0$ 의 해가 모든 실수일 때, 점 P의 x 좌표의 최댓값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① $1+\sqrt{3}$ ② $2+\sqrt{3}$ ③ $3+\sqrt{3}$
- ④ $4+\sqrt{3}$ ⑤ $5+\sqrt{3}$



$f(x) = 2(x-d)(x-2d) + x$
 $g(x) = -(x-d)^2 + x$
 $f(x)+g(x) = x^2 - 4dx + 2x + 3d^2$
 $= x^2 - 2(2d-1)x + 3d^2 \geq 0$
 $\frac{D}{4} = 4d^2 - 4d + 1 - 3d^2 \leq 0$
 $d^2 - 4d + 1 \leq 0$
 $2-\sqrt{3} \leq d \leq 2+\sqrt{3}$

단답형

22. 다항식 $(2x+y)^3$ 의 전개식에서 xy^2 의 계수를 구하시오. [3점]

$3(2x)y^2 = 6xy^2$ 6

23. x 에 대한 이차방정식 $x^2-3x+a=0$ 의 두 근이 1, b 일 때, ab 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

$1+b=3, b=2$ 4
 $1 \cdot b = a, a=2$

24. 복소수 z 에 대하여 등식 $3z - 2\bar{z} = 5 + 10i$ 가 성립할 때, $z\bar{z}$ 의 값을 구하시오. (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

[3점]

$$z = a + bi \quad \boxed{29}$$

$$\bar{z} = a - bi$$

$$3a + 3bi - 2a + 2bi = 5 + 10i$$

$$a = 5 \quad 2\bar{z} = a' + b' = 29$$

$$5b = 10, b = 2$$

26. x 에 대한 이차방정식 $3x^2 - 5x + k = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(3\alpha - k)(\alpha - 1) + (3\beta - k)(\beta - 1) = -10$ 을 만족시키는 실수 k 의 값을 구하시오. [4점]

$\boxed{8}$

$$\alpha + \beta = \frac{5}{3}, \quad 3\alpha^2 - 5\alpha + k = 0, \quad 3\alpha^2 + k = 5\alpha$$

$$\alpha\beta = \frac{k}{3}, \quad 3\beta^2 - 5\beta + k = 0, \quad 3\beta^2 + k = 5\beta$$

$$3\alpha^2 + k - (k+3)\alpha + 3\beta^2 + k - (k+3)\beta$$

$$= (2-k)\alpha + (2-k)\beta$$

$$= (2-k)(\alpha + \beta) = \frac{5}{3}(2-k) = -10$$

$$2-k = -6, k = 8$$

25. 다항식 $x^4 + 2x^3 + 11x - 4$ 를 $x^2 + 2x + 3$ 으로 나누었을 때의 몫과 나머지를 각각 $Q(x), R(x)$ 라 하자. $Q(2) + R(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$\boxed{23}$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 3 & & \\ \hline 1 & 2 & 0 & 11 & -4 \\ - & 1 & 2 & 3 & \\ \hline & & -3 & 11 & -4 \\ - & & -3 & -6 & -9 \\ \hline & & & 17 & 5 \end{array}$$

$$Q(x) = x^2 - 3$$

$$R(x) = 17x + 5$$

$$Q(2) = 1$$

$$R(1) = 22$$

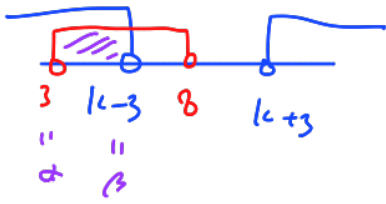
27. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 - 11x + 24 < 0 & 3 < x < 8 \\ x^2 - 2kx + k^2 - 9 > 0 \end{cases}$$

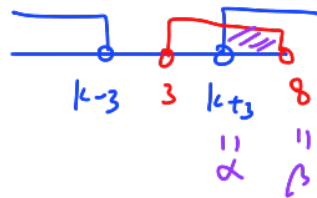
의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\beta - \alpha = 2$ 를 만족시키는 모든 실수 k 의 값의 합을 구하시오. [4점]

11

$$\begin{aligned} & / -(k+3) \\ & / -(k-3) \end{aligned} \quad k < k-3, k > k+3$$



$$\begin{aligned} k-3 &= 5 \\ k &= 8 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} k+3 &= 6 \\ k &= 3 \end{aligned}$$

$$3 + 8 = 11$$

28. 이차다항식 $f(x)$ 와 일차다항식 $g(x)$ 에 대하여 $f(x)g(x)$ 를 $f(x)-2x^2$ 으로 나누었을 때의 몫은 x^2-3x+3 이고 나머지는 $f(x)+xg(x)$ 이다. $f(-2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

20

$$f(x)g(x) = \underbrace{(f(x)-2x^2)}_{3차} \underbrace{(x^2-3x+3)}_{2차} + \underbrace{f(x)+xg(x)}_{상수}$$

$$f(x) = 2x^2 + ax + b$$

$$g(x) = -2x - a$$

$$f(x)g(x) = (ax+b)(x^2-3x+3) + b$$

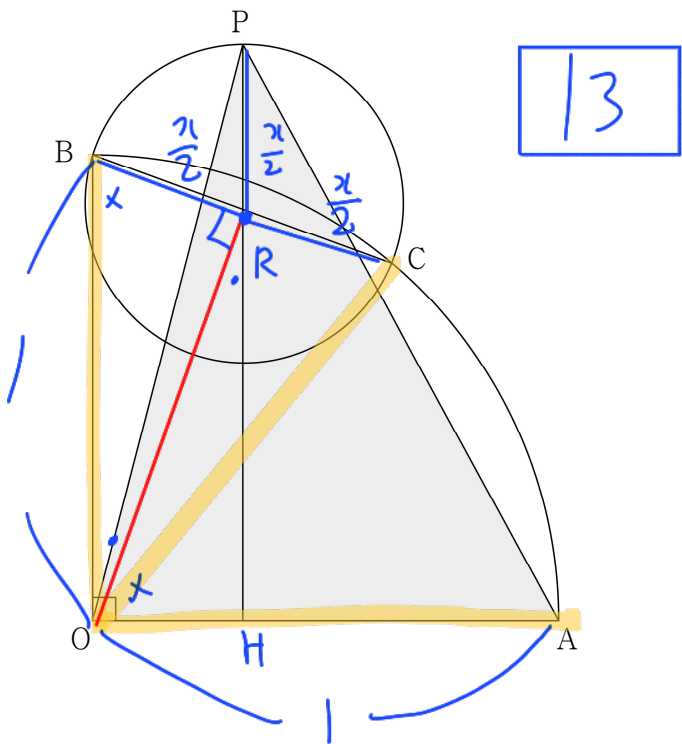
$$\text{리과화항} \Rightarrow -4 = a$$

$$2차항 \Rightarrow -4a = -3a + b, b = 4$$

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 4$$

$$f(-2) = 8 + 8 + 4 = 20$$

29. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 C에 대하여 선분 BC를 지름으로 하는 원을 그린다. 선분 BC의 중점을 지나고 직선 OB에 평행한 직선이 원과 만나는 점 중 점 B에 가까운 점을 P라 하자. $\overline{BC}=x$ 일 때, 삼각형 OAP의 넓이를 $S(x)$ 라 하자. $S(x)$ 의 최댓값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < x < \sqrt{2}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

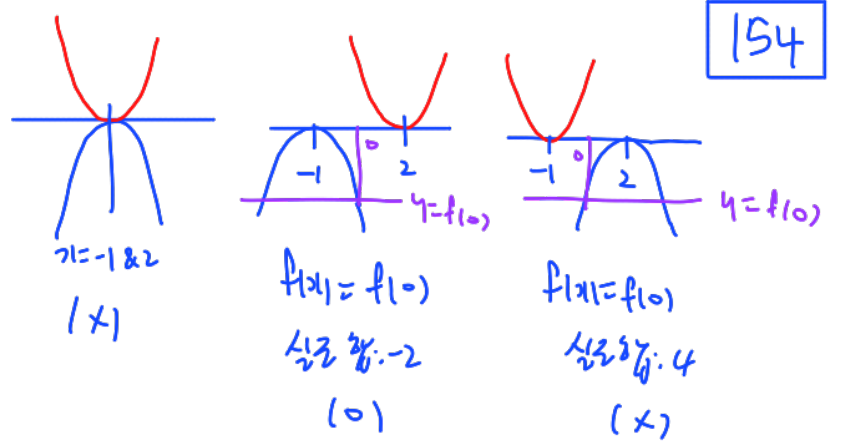


$$\begin{aligned} \triangle OBR \sim \triangle ROH, \quad RO &= \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} \\ OB:OR &= RO:RH, \quad RH = 1 - \frac{x^2}{4} \\ \therefore PH &= \left(1 - \frac{x^2}{4}\right) + \frac{x}{2} \\ S &= \frac{1}{2} \overline{OA} \times \overline{PH} = \frac{1}{2} \left(-\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 1\right) \\ &= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{4}(x-1)^2 + \frac{5}{4}\right) \\ x=1 &\rightarrow M = \frac{5}{8} \end{aligned}$$

30. 두 이차함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \leq 0 \leq g(x)$ 이다.
- (나) $k-2 \leq x \leq k+2$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값과 $k-2 \leq x \leq k+2$ 에서 함수 $g(x)$ 의 최솟값이 같게 되도록 하는 실수 k 의 최솟값은 0, 최댓값은 1이다.
- (다) 방정식 $f(x)=f(0)$ 의 모든 실근의 합은 음수이다.

$f(1)=-2, g(1)=2$ 일 때, $f(3)+g(11)$ 의 값을 구하시오. [4점]



$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-2)^2, \quad g(1) = a = 2 \\ f(x) &= b(x+1)^2, \quad f(1) = 4b = -2, \quad b = -\frac{1}{2} \\ g(x) &= 2(x-2)^2, \quad g(11) = 162 \\ f(x) &= -\frac{1}{2}(x+1)^2, \quad f(3) = -8 \end{aligned} \quad | \quad 154$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.