

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1. $(2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}})^3$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

2. 다항함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 3$ 에 대하여 $f'(0) + f(0)$ 의 값은? [2점]

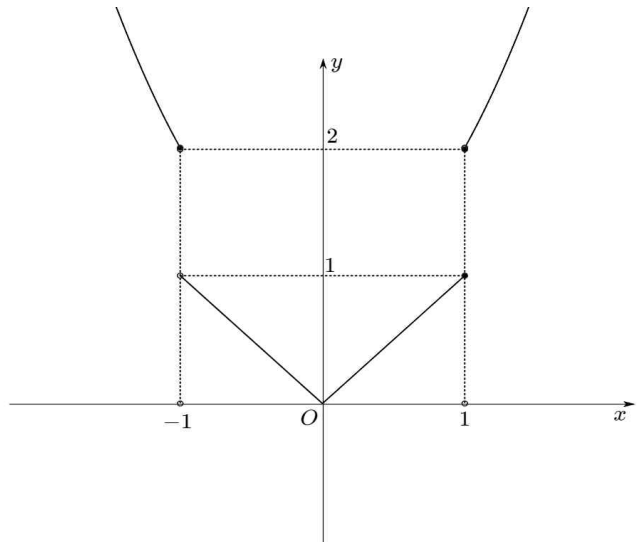
- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 를 만족하는 θ 에 대하여, $\sin \theta = \frac{\sqrt{10}}{10}$ 일 때,

$\cos(\frac{\pi}{2} + \theta) + \sin(\frac{\pi}{2} - \theta)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ② $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ③ $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. 다항함수 $f(x) = (3x+1)(7x^2-6x-1)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+x) - f(1-x)}{2x} \text{의 값은? [3점]}$$

- ① 16 ② 24 ③ 32 ④ 40 ⑤ 48

6. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$ 이고, $f(1) = 2$ 일 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 14 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

7. 부등식 $\log_2(x^2+ax+b) > 2$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립할 때, 순서쌍 (a, b) 의 개수는? (단, a, b 는 10 이하의 자연수이다.) [3점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

8. 모든 항이 0이 아닌 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\frac{a_n}{a_{n-1}} = 2$ ($n \geq 2$ 인 자연수)

(나) $\sum_{k=1}^3 a_k a_{k+1} = 168$

$\sum_{k=1}^m a_k = 510$ 일 때, m 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. 함수 $f(x) = 3\sqrt{3}\cos x$ ($0 < x < 2\pi$)에 대해, 방정식

$f(x) = \sin x$ 의 두 실근을 각각 α, β 라 하자. 이 때, 방정식 $\{f(x) - f(\alpha)\}\{f(x) - f(\beta)\} = 0$ 을 만족하는 모든 실수 x 의 합은? (단, $0 < \alpha < \beta < 2\pi$) [4점]

- ① 4π ② $4\sqrt{3}\pi$ ③ 6π ④ $6\sqrt{3}\pi$ ⑤ $8\sqrt{3}\pi$

10. $t=0$ 일 때, 동시에 원점에서 출발해 수직선 위를 움직이는 두 점 P 와 Q 의 시간 t ($t > 0$)에서의 속도를 $f(t), g(t)$ 가 $f(t) = 6t^2 - 3at, g(t) = 3t^2 - 6t$ 이다. 두 점은 시간 $t=b$ 에서 만나고, 시간 t 에서의 두 점 P, Q 사이의 거리를 $h(t)$ 라고 할 때, $h(t)$ 는 $0 < t < b$ 에서 최댓값 4를 갖는다. $a+b$ 의 값은? (단, $a > 2, b > 0$ 인 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{13}{2}$ ② 7 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$

11. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프 위의 x 좌표가 n^2 인 점을 A_n 이라 할 때, 곡선 $y = \log_2 x$ 위의 점 B_n 과 x 축 위의 점 C_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 C_n 은 선분 $A_n B_n$ 이 x 축과 만나는 점이다.
 (나) $\overline{A_n C_n} : \overline{B_n C_n} = 2 : 1$

점 C_n 의 x 좌표를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(2) \times f(4) = \frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소인 자연수)이고, $f(p) = \frac{s}{r}$ 이다. $q+r+s$ 의 값은?(단, B_n 의 x 좌표는 1보다 작고, r, s 는 서로소인 자연수이다.)(4점)

- ① 167 ② 170 ③ 173 ④ 176 ⑤ 179

12. 등차수열 $\{a_n\}$ 과 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 방정식 $2x^2 + 2a_{n+2}x + a_n a_{n+2} = 0$ 의 실근의 개수를 b_n 이라고 하자.

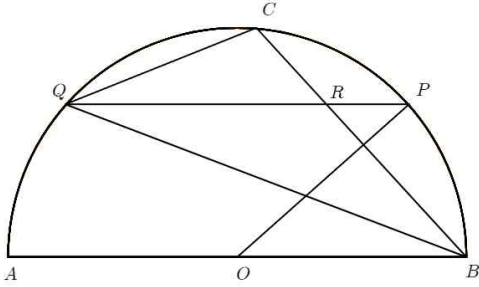
$\sum_{k=1}^m b_k$ 의 값이 홀수가 되도록 하는 모든 자연수 m 의 값의 합이

18일 때, $\frac{a_{10}}{a_6}$ 의 값을 구하시오. [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

13. 그림과 같이 O 를 중심으로, 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위의 한 점을 P 라 하자. 점 B 에서 직선 OP 에 수직으로 그은 직선이 반원과 만나는 B 가 아닌 점을 C , 점 P 에서 선분 AB 에 평행하게 그은 직선이 반원과 만나는 점을 Q , 현 BC 와 만나는 점을 R 이라 했을 때, 선분 QC 의 길이는 3이고 선분 BQ 의 길이는 6이다. 이때, 선분 RB 의 길이는?

(단, $0 < \angle POB < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [4점]



- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ 4 ⑤ $3\sqrt{2}$

14. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

- (가) 곡선 $y=f'(x)$ 위의 한 점에서 그은 접선의 기울기는 $x=2$ 에서 최솟값을 갖는다.
 (나) $f(4)-f(0)=8, f'(0)=2$

$y=f(x)$ 위의 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선과 점 $(3, f'(3))$ 사이의 거리가 $\frac{16\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $f(5)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

15. 구간 $[0, 8]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 a 인 삼차함수 $g(x)$ 에 대해,

$$f(x) = \begin{cases} 2x & (0 \leq x < 2) \\ g(x) & (2 \leq x < 6) \\ -2x + 16 & (6 \leq x \leq 8) \end{cases}$$

이다. $\int_2^6 f(x)dx = 16$ 이고, $\int_0^8 f(x)dx = \int_0^8 |f(x)|dx$ 일 때, 실수 a 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

- ① $-\frac{81}{16}$ ② $-\frac{49}{16}$ ③ -2 ④ $-\frac{27}{16}$ ⑤ $-\frac{9}{16}$

단답형

16. 실수 전체 집합에서 정의된 함수 $f(x) = \begin{cases} x+a & (x < 1) \\ x^2+7x-5 & (x \geq 1) \end{cases}$

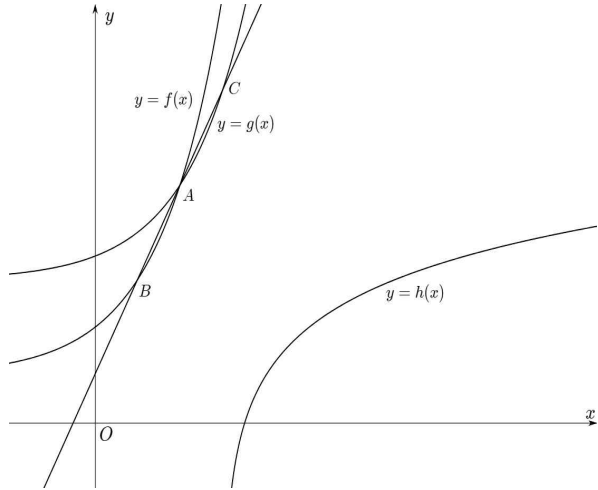
일 때, 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되기 위한 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

17. $\sum_{n=1}^9 (k^2 - 5k + 7) = 63$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하시오. [3점]

18. 좌표평면 위의 점 P 에 대하여 동경 OP 가 나타내는 각의 크기를 $\theta(\theta > 0)$ 라 하자. 각의 크기 8θ 를 나타내는 동경이 동경 OP 와 한 직선 위에 있고 서로 반대 방향이다. 이때, 각 θ 의 값을 작은 값부터 나열한 수열 $\{a_n\}$ 에 대해 $a_{20} = \frac{p}{q}\pi$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

19. 이차함수 $f(x)$ 가 점 $(0, 2)$ 를 지나고, $(0, \infty)$ 에서 $2x \leq f(x) \leq x^3 - 3x^2 + 2x + 4$ 를 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이 세 함수 $f(x) = 2^x + 1$, $g(x) = 2^{x-1} + 3$, $h(x) = \log_2(x-3) + 1$ 에 대하여, 두 곡선 $y = f(x)$ 과 $y = g(x)$ 의 교점을 점 A 라 하자. 점 A 를 지나고 기울기가 2인 직선이 곡선 $y = f(x)$ 과 만나는 점이 B , 곡선 $y = g(x)$ 와 만나는 점을 C 일 때, 점 C 를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = h(x)$ 과 만나는 점을 D 라 할 때, 선분 BD 의 길이를 구하시오. [4점]



21. 공차가 자연수 d 이고, 첫째항이 -42 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_{20} > 0$ 이고, 집합 $A = \{S_m \mid S_m = \sum_{k=1}^m a_k, S_m < 0, m \text{은 자연수}\}$ 일 때, $n(A) \neq m$ 의 개수가 되도록 하는 모든 d 의 개수를 구하시오. [4점]

22. 최고차항 계수가 음수인 삼차함수 $f(x)$ 가 아래 조건을 만족한다.

(가) $f'(1) = f'(5)$
 (나) $2 < x_1 < x_2 < 4$ 를 만족하는 임의의 실수 x_1, x_2 에 대하여, 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, f(x_1)), B(x_2, f(x_2))$ 과 점 A, B 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 하면, 집합 $\{k \mid k = \frac{\overline{AB}}{CD}, k \text{는 실수}\} = \{\sqrt{2} < k < \sqrt{17}\}$ 이다.

$f(3) = 12$ 일 때, 모든 $f(0)$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n+1} - 3^n}{4^n + 3^{n-1}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

24. $\int_{3\pi}^{4\pi} 2x \sin x dx$ 의 값은? [3점]

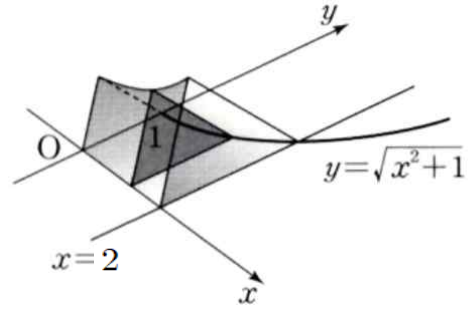
- ① -9π ② -10π ③ -11π ④ -12π ⑤ -14π

25. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 6$ 이고, $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2 = 18$ 일 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} a_{n+1}$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ $\frac{1}{2}$

26. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{x^2+1}$ 과 x 축 및 두 직선 $x=0, x=2$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



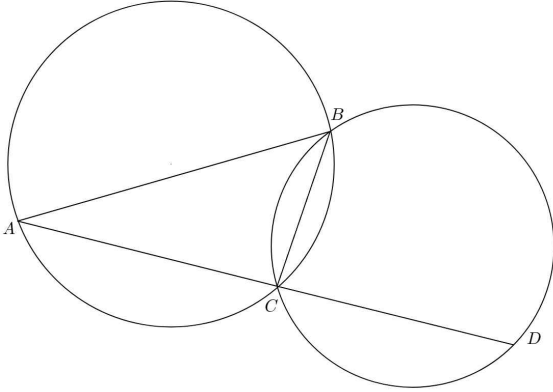
- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

27. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 원 O 에 내접하는

$\triangle ABC$ 에 대해, 선분 BC 의 길이가 2, $\sin(\angle ABC) = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 이다.

이때, 선분 AC 의 연장선 위에 있는 점 D 에 대해 선분 CD 의 길이는 3이다. 세 점 B, C, D 를 모두 지나는 원 O' 에 대하여 O' 의 반지름의 길이가 R 일때, R^2 의 값은?(단,

$0 < \angle ABC < \frac{\pi}{2}$) [3점]



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

28. 실수 전체 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x)$ 가 $(0, \infty)$ 에서

$$-x^2 f'(x) + 2x f(x) = x^4 g(x)$$

를 만족시킨다. $f(1) = 3, f(e) = 4$ 일 때, $\int_1^e g(x) dx$ 의 값은?

- ① $3 - \frac{4}{e^2}$ ② 3 ③ $3 + \frac{4}{e^2}$ ④ $4 - \frac{3}{e^2}$ ⑤ $4 + \frac{3}{e^2}$

단답형

29. 최고차항 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여, 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=t$ 가 만나는 점 중 x 좌표가 가장 작은 점의 좌표가 $(\alpha(t), t)$, 가장 큰 점의 좌표를 $(\beta(t), t)$ 이고, 만나는 점의 개수를 $h(t)$ 라 할 때, 함수 $h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $h(t)$ 는 $t=0, t=k$ 에서만 불연속이다.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-4}{x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = 0 \text{ 이고, 함수}$$

$g(t) = t(\beta(t) - \alpha(t))$ 일 때, $k+g(k) + g'(k) = m+n\sqrt{2}$ (m, n 은 유리수) 이다. $m \times n$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi f(x))}{x} = 0$$

(나) 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 곱은 14이다.

실수 전체 집합에서 정의된 함수 $g(x) = f(\cos x + \frac{1}{2})$ 의

극솟값이 오직 $g(\pi)$ 뿐일 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.